

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

ZIEL DES VERSUCHES

Die charakteristischen Eigenschaften von Ohmschen Widerständen, Kondensatoren und Spulen in ihrer technischen Ausführung werden in realen Wechselstromkreisen experimentell untersucht und zugehörige Kenngrößen quantitativ bestimmt. In aufzubauenden elektrischen Schaltungen wird mit einem Funktionsgenerator zur definierten Signalerzeugung und einem Zweikanal-Oszilloskop das typische zeit- und frequenzabhängige Verhalten näher untersucht. Am Reihenschwingkreis als elektrischem Modellsystem werden im Experiment freie und erzwungene Schwingungen betrachtet. Es soll die Bedeutung der Frequenzabhängigkeit von Impedanzen in Wechselstromkreisen für die Übertragung und Verarbeitung von Signalen unterschiedlicher Frequenz und Form erkannt werden.

PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN

Wichtige Grundbegriffe: elektrische Spannung, Gleichspannung und -strom, Wechselspannung und -strom, Frequenz, Amplitude, Phase, Effektivwert, Spitzenwert, elektrischer Widerstand, Induktivität, Kapazität, Wirk-, Schein- und Blindleistung, Zeigerdiagramm, Multimeter, Funktionsgenerator, Oszilloskop, Lissajous-Figur

Gleich- und Wechselgrößen

Unter Gleichspannungen U und Gleichströmen I werden gewöhnlich zeitlich konstante (d.h. stationäre) physikalische Größen verstanden. Allerdings bezeichnet man auch zeitlich veränderliche (d.h. sog. pulsierende) Spannungen und Ströme so, sofern sich ihre Polarität *nicht* verändert. Dagegen sind Wechselspannungen und Wechselströme *nichtstationäre* elektrische Größen $u(t)$ und $i(t)$,

- deren Polarität sich *zeitlich periodisch* ändert und
- deren *zeitlicher* Mittelwert über eine Periode T Null ist.

$$u(t) = u(t + n \cdot T) \text{ bzw. } i(t) = i(t + n \cdot T) \text{ mit } n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{1}{T} \cdot \int_{t'}^{t'+T} u(t) dt = 0 \text{ bzw. } \frac{1}{T} \cdot \int_{t'}^{t'+T} i(t) dt = 0 \quad (1)$$

Anmerkungen:

- Einer gängigen Konvention folgend, werden Wechselgrößen meist mit Kleinbuchstaben gekennzeichnet und Gleichgrößen mit Großbuchstaben.
- Der zeitliche Verlauf einer Wechselgröße *muss* nicht sinusförmig (d.h. harmonisch) sein.
- Jede zeitlich periodische Funktion lässt sich als sog. Fourier-Reihe darstellen, die sich aus Sinus- und Kosinus-Funktionen zusammensetzt. Eben daraus ergibt sich die besondere Bedeutung sog. harmonischer Wechselgrößen.

Je nach dem zeitlichen Verlauf von Wechselspannungen und -strömen kann man verschiedene Signalformen unterscheiden, von denen Sinus, Rechteck, Dreieck und Sägezahn die sicherlich geläufigsten und begrifflich selbsterklärend sind. Eine sinusförmige (harmonische) Wechselspannung lässt sich ganz allgemein beschreiben mit der Funktion

$$u(t) = U_s \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi). \quad (2)$$

Dabei ist U_s der sog. *Scheitel- oder Spitzenwert* (Amplitude), φ die Phase und ω die Kreisfrequenz. Für die Kreisfrequenz ω gilt die bekannte Beziehung

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad (3)$$

mit der Frequenz f und der Periodendauer T .

Effektivwerte

Der eben eingeführte Spitzenwert ist aber eher ungebräuchlich als Kenngröße einer Wechselspannung; man bevorzugt den *Effektivwert* U_{eff} , der mit

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T U^2(t) dt} \quad (4)$$

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

definiert wird. Im Englischen wird für den Effektivwert die Abkürzung RMS gebraucht, was *Root Mean Square* (svw. Wurzel aus dem Mittelwert des Quadrates) bedeutet und damit genau der Beziehung (4) entspricht. Der Effektivwert lässt sich auch definieren als die Gleichgröße, die in einen rein Ohmschen Widerstand *im zeitlichen Mittel* dieselbe elektrische Wirkleistung P überträgt:

$$P = \overline{p(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = U_{eff} \cdot I_{eff} \quad (5)$$

Der praktische Nutzen der eben definierten Effektivwerte liegt in der einfachen Bestimmung der elektrischen Wirkleistung: Beispielsweise lassen sich im Haushalt bei einer Spannung von 230 V und einer Absicherung des Stromkreises mit üblichen 16 A (beides Effektivwerte!) „Verbraucher“ mit bis zu $230 \text{ V} \cdot 16 \text{ A} = 3,68 \text{ kW}$ anschließen. So wären dann z.B. *zwei* Bügeleisen (jeweils typisch 2,5 kW) in *einem* Kreis einfach zu viel und würden die Sicherung „ansprechen“ lassen!

Im Fall einer sinusförmigen Wechselspannung gemäß (2) ist die Integration von (4) recht einfach und liefert die bekannte Beziehung

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_s^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_s^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos 2 \cdot (\omega \cdot t + \varphi)) dt} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot U_s \quad (6)$$

Der Proportionalitätsfaktor zwischen U_s und U_{eff} wird als *Scheitel- oder Crest-Faktor* k_s bezeichnet, der für harmonische Wechselspannungen (und *nur* dafür!) $\sqrt{2}$ beträgt. Dagegen erhält man bei symmetrischen Dreiecks- bzw. Rechtecksignalen nach (4) Scheitelfaktoren von $\sqrt{3}$ bzw. 1. Die *Spitze-Spitze-Spannung* U_{SS} mit

$$U_{SS} = 2 \cdot U_s \quad (7)$$

beschreibt die Differenz zwischen positivem und negativem Spitzenwert innerhalb einer Periodendauer des Signals. Sie lässt sich aus einer Darstellung wie in Abb. 1 sehr einfach ablesen.

Für Wechselströme gelten die obigen Beziehungen in abgewandelter Form gleichermaßen; es sind dann lediglich die Symbole für Spannungen durch die für Ströme zu ersetzen.

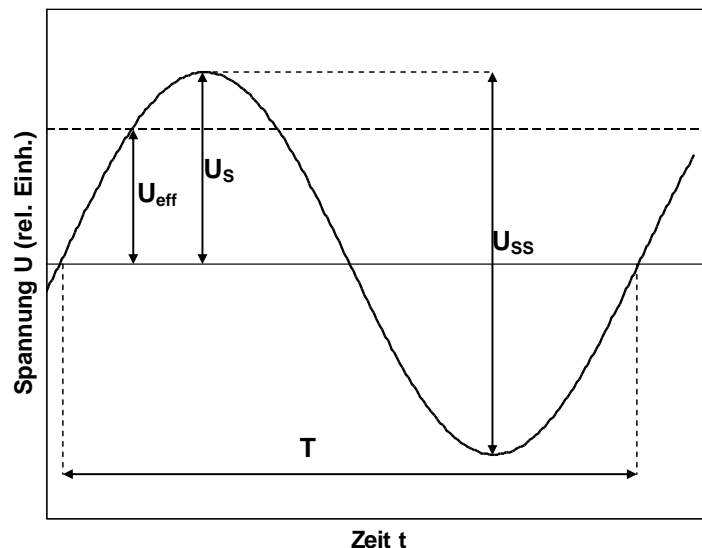


Abb. 1 Harmonische Wechselspannung mit wichtigen Kenngrößen (schematisch)

Messung von Effektivwerten

Einfachere elektrische Messgeräte für Wechselspannungen (Voltmeter) und Wechselströme (Ampere-meter) zeigen meist *nur für streng sinusförmige* Signale den Effektivwert U_{eff} bzw. I_{eff} tatsächlich korrekt an. Das ist bedingt durch ihre Bauart: Die Wechselgröße wird „gleichgerichtet“ (gleich-

bedeutend mit einer Betragsbildung) und zeitlich gemittelt gemäß $\overline{|u(t)|} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |u(t)| dt$. Für ein

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

sinusförmiges Signal ist $U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \overline{|u(t)|} \approx 0,707 \cdot \overline{|u(t)|}$, so dass die Anzeige des Messwertes mit

einem sog. Formfaktor von 1,414 korrigiert werden muss. Das geschieht „intern“, z.B. bei einfachen Drehspulinstrumenten entweder mit verschiedenen Skalen für DC und AC bzw. bei Umschaltung auf den AC-Betrieb durch einen entsprechend dimensionierten Widerstandswert der „Messbereichserweiterung“. Aber: Sobald der zeitlich periodische Verlauf des Wechselsignal *nicht* mehr sinusförmig ist, wird unvermeidlich die Messgeräteanzeige *fehlerhaft bzw. falsch* interpretiert! Das gilt sowohl für analoge wie für digitale Messgeräte. Für solche Einsatzfälle gibt es jedoch Messgeräte, die mit dem Zusatz „True RMS“ gekennzeichnet sind und den wahren Effektivwert der Wechselgröße korrekt messen, indem die Beziehung (4) technisch durch eine dafür geeignete integrierte elektronische Schaltung (z.B. im Schaltkreis AD536A von Analog Devices) realisiert wird.

Beim Einsatz von Wechselstrommessgeräten gibt es zudem ein weiteres und oft verkanntes messtechnisches Problem: Sie sind immer *nur bis zu einer bestimmten Frequenz* der Signale einsetzbar (Grenzfrequenz), die häufig nicht allzu hoch (meist wenige 100 Hz) ist. Es ist also stets ratsam, das zugehörige Gerätehandbuch (Bedienungsanleitung) einzusehen!

Für bestimmte Aufgaben sind *Oszilloskope* oft besser geeignet: Sie gestatten nicht nur die Messung von Gleich- und Wechselspannungen über einen größeren Frequenzbereich, sondern können insbesondere den zeitlichen Signalverlauf ähnlich Abb. 1 grafisch darstellen. Es lassen sich zudem Frequenzen und Phasenverschiebungen bestimmen. Mit *digitalen Speicher-Oszilloskopen* kann man „verrauschte“ periodische Signale durch eine Mittelung bzw. Filterung besser untersuchen und sogar nichtperiodische Signale erfassen. Oft ist eine Anzeige des zugehörigen Frequenzspektrums mithilfe einer Fourier-Analyse (schnelle Fourier-Transformation) quasi in „Echtzeit“ möglich.

Elektrische Zweipole im Wechselstromkreis

Wird ein sog. *Zweipol* (elektrisches Bauelement oder Baugruppe mit zwei äußeren Anschlüssen) von einem Strom durchflossen, so fällt über ihm eine Spannung ab. Ist der Zusammenhang zwischen Strom und Spannung strikt linear, so spricht man von einem *linearen Zweipol*. Gibt es keine Verstärkung von Strom oder Spannung bzw. wird in keinem Betriebszustand elektrische Leistung über die beiden Anschlüsse abgegeben, so handelt es sich um einen *passiven linearen Zweipol*. Nur der Vollständigkeit halber sei hier erwähnt, dass in der theoretischen Elektrotechnik auch noch der Begriff des Vierpols (Baugruppe oder auch elektrisches Netzwerk mit vier äußeren Anschlüssen) existiert: Bei einer sog. Netzwerkanalyse ist diese Modellvorstellung äußerst hilfreich.

Ganz wie bei Betrachtung von Gleichströmen gilt auch für lineare passive Zweipole das bekannte *Ohmsche Gesetz* (in makroskopischer Form), allerdings nunmehr viel allgemeiner mit

$$u(t) = Z \cdot i(t). \quad (7)$$

Die Größe Z bezeichnet den i.a. komplexen *Wechselstromwiderstand* des Zweipols, der wie in Gleichstromkreisen z.B. durch *gleichzeitige* Spannungs- und Strommessung im *geschlossenen* Stromkreis bestimmt werden kann. Auch für solche Widerstände (nicht nur rein Ohmsche!), wird die SI-Einheit $[R] = [Z] = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1} = 1 \text{ Ohm} = 1 \Omega$ verwendet.

Im Unterschied zum Gleichstromkreis, wo das Ohmsche Gesetz nur für rein Ohmsche Widerstände R definiert wird, gilt (7) jetzt ganz allgemein - damit auch für Spulen mit einer Induktivität L und Kondensatoren mit einer Kapazität C sowie beliebige Schaltungskombinationen dieser drei passiven linearen Bauelemente (R , L und C).

Mit der Ausnahme rein (reeller) Ohmscher Widerstände R treten bei komplexen Wechselstromwiderständen charakteristische frequenzabhängige Phasenverschiebungen zwischen Spannung $u(t)$ und Strom $i(t)$ auf. Das führt folgerichtig dazu, dass die eben eingeführte komplexe Größe $Z = Z(\omega)$ selbst frequenzabhängig ist - wobei diese Eigenschaft von den Bestandteilen des Zweipols abhängt.





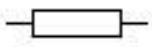
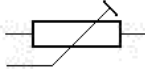


In realen Wechselstromkreisen gibt es neben Ohmschen, kapazitiven und induktiven Widerständen in Form der technisch ausgeführten Bauteile immer auch (unbeabsichtigte) „parasitäre“ Komponenten. Das sind neben unvermeidlichen Ohmschen und induktiven Widerständen von Zuleitungen bzw. Leiterzügen z.B. auch Schaltungskapazitäten zwischen benachbarten Leitern. So hat z.B. ein RG58-Koaxialkabel von 1 m Länge eine Leitungskapazität von ca. 100 pF. In der messtechnischen Praxis sind solche „parasitären“ Effekte häufig bedeutsam und dann auch zu berücksichtigen!

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

Technische Ausführung von Ohmschen Widerständen

Ein rein *Ohmscher Widerstand* R ist bei Gleich- und Wechselstrom vorhanden: Liegt an ihm eine Wechselspannung $u(t) = U_S \cdot \sin(\omega \cdot t)$ an, so fließt durch ihn ein Wechselstrom $i(t) = I_S \cdot \sin(\omega \cdot t)$. Offensichtlich ist dabei zu jedem Zeitpunkt die angelegte Spannung dem Strom strikt proportional gemäß $u(t) = U_S \cdot \sin(\omega \cdot t) = R \cdot i(t) = R \cdot I_S \cdot \sin(\omega \cdot t)$; ein Ohmscher Widerstand ist also ein linearer Zweipol. Es tritt keinerlei Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung auf; der Wechselstromwiderstand des Bauelementes ist hier eine rein reelle Größe.

Tab. 1 Einige Ausführungsformen technischer Widerstände

Art	Festwiderstand, Widerstand (allgemein)	Einstellwiderstand	Potentiometer	Dekadenwiderstand
technische Ausführung	 Schichtwiderstand	 Trimmwiderstand	 Einbauform	 Präzisionsausführung
Schaltungs-symbol				

Anmerkung: Festwiderstände gibt es nicht mit beliebigen Widerstandswerten! Im Handel erhältliche Widerstände haben meist nominelle Werte aus einer sog. E-Reihe wie z.B. E3 oder E24. Die Zahl hinter dem E gibt an, wie viele Werte die Reihe innerhalb einer Dekade enthält. Der Wertebereich ist so abgedeckt, dass das Verhältnis aufeinanderfolgender Werte möglichst gleich groß ist. Die Ziffernfolgen in jeder Dekade wiederholen sich.

Die im Ohmschen Widerstand umgesetzte elektrische Leistung P wird als *Joulesche Wärme* frei (technische Anwendung: elektrische Heizung) und ist im zeitlichen Mittel

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = \frac{U_S \cdot I_S}{T} \cdot \int_0^T \sin^2(\omega \cdot t) dt = \frac{U_S \cdot I_S}{2} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}. \quad (8)$$

Man sieht, dass die Beziehung (8) tatsächlich alternativ zu (4) eine weitere mögliche Definition von Effektivwerten liefert: Der Effektivwert einer zeitlich veränderlichen Größe entspricht exakt der Gleichgröße, die im Ohmschen Widerstand im zeitlichen Mittel dieselbe Leistung (Joulesche Wärme pro Zeit) erzeugt.

Spulen im Wechselstromkreis

Wird an eine *Spule* eine Wechselspannung $u(t)$ angelegt, so fließt auch in ihr ein Wechselstrom $i(t)$ und es entsteht ein magnetischer Fluss, der proportional zur zeitlich veränderlichen Stromstärke ist. Gemäß dem Induktionsgesetz wird dabei in der Spule eine Gegenspannung $u_{\text{ind}}(t)$ induziert, die proportional zur zeitlichen Stromänderung ist mit








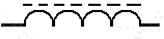

$$u(t) = -u_{\text{ind}}(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i(t) = \omega \cdot L \cdot I_S \cdot \cos(\omega \cdot t) = \omega \cdot L \cdot I_S \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (9)$$

Der Proportionalitätsfaktor L (SI-Einheit: $[L] = 1 \text{ Vs} \cdot \text{A}^{-1} = 1 \text{ Henry} = 1 \text{ H}$) wird als *Induktivität* bzw. *Selbstinduktionskoeffizient* der Spule bezeichnet und hängt von ihrer Geometrie, Windungszahl und von der sog. Permeabilität im Spuleninneren (oft besonderer Spulenkern) ab. Eine größere Induktivität lässt sich i.a. nur mit einem Spulenkern höherer Permeabilität μ (also Ferromagnetika mit $\mu \gg 1$) erzielen und bedingt auch meist ein größeres Spulenvolumen (wegen höherer Windungszahl). Mit (2) sieht man in Formel (9) sofort, dass zwischen Strom und Spannung an einer Spule offenbar eine Phasenverschiebung von $\varphi = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ auftritt. Umgangssprachlich wird manchmal davon gesprochen, dass als Folge der Induktion „die Spannung dem Strom zeitlich vorauseilt“.

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

Ein Vergleich von (7) und (9) zeigt uns, dass die Größe $R_L = \omega \cdot L$ die Bedeutung und Einheit eines nur bei Wechselstrom auftretenden und dazu frequenzabhängigen Widerstandes der Spule hat – sie wird als induktiver Widerstand bezeichnet. Dieser Widerstand ist aufgrund der Phasenverschiebung von 90° eine rein imaginäre Größe, wie wir gleich sehen werden. Eine Spule ist ein linearer passiver Zweipol, da der Zusammenhang zwischen Wechselstrom und -spannung strikt linear ist.

Tab. 2 Einige Ausführungsformen technischer Spulen

Art	Spule mit Vollkern	Spule mit Ferritkern	Spule (allgemein)
technische Ausführung	 geblätterter Eisenkern		 Luftspule (freitragend)
veraltetes Schaltungssymbol			
Schaltungssymbol			

Betrachtet man die umgesetzte elektrische Leistung, so ergibt sich

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T I_s^2 \cdot \omega \cdot L \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t) dt = 0. \quad (10)$$

In einer Spule wird im zeitlichen Mittel keine Energie verbraucht, daher wird der induktive Widerstand $R_L = \omega \cdot L$ auch als *Blindwiderstand* bezeichnet. Die Widerstandswirkung beruht auf der (zeitweiligen) Energieaufnahme beim Aufbau des Magnetfeldes in der Spule; beim Abbau des Feldes wird diese Energie aber wieder vollständig abgegeben.

Allerdings ist die bisherige Betrachtung der Spule eine sehr *starke Idealisierung*: In ihrer Wicklung tritt unvermeidlich ein Ohmscher Leitungswiderstand auf. Darüber hinaus gibt es noch zusätzliche Energieverluste (z.B. Wirbelstromverluste im Spulenkern), die i.a. auch noch frequenzabhängig sind. Für höhere Frequenzen z.B. bevorzugt man deshalb Spulenkern aus Ferriten (elektrisch nichtleitende ferrimagnetische Sinter-Keramiken). Reale Spulen können in einem ganz einfachen Ersatzschaltbild als Reihenschaltung einer (idealen) Induktivität und eines Ohmschen Widerstandes dargestellt werden.

Kondensatoren im Wechselstromkreis

Ein *Kondensator mit der Kapazität C* (SI-Einheit: $[C] = 1 \text{ As} \cdot \text{V}^{-1} = 1 \text{ Farad} = 1 \text{ F}$) kann im *geschlossenen* Gleichstromkreis (über einen Ohmschen Widerstand R) aufgeladen bzw. entladen werden; nach Ende des Vorgangs fließt kein Strom mehr: Der Kondensator stellt also für Gleichstrom einen unendlich hohen Widerstand dar - das wird technisch zur Gleichspannungsentkopplung genutzt. Im Wechselstromkreis dagegen muss sich ein Kondensator periodisch auf- und wieder entladen, d. h. es

fließt ein sich zeitlich periodisch ändernder Strom $i(t) = \frac{dQ}{dt} = I_s \cdot \sin(\omega \cdot t)$. Mit $C = \frac{Q}{U}$ folgt daraus

elementar $i(t) = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt} u(t)$. Mit der zeitlichen Integration





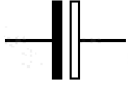
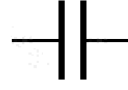
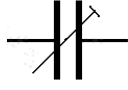
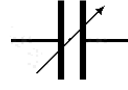
$$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t') dt' = \frac{I_s}{C} \int \sin(\omega \cdot t') dt' = -\frac{I_s}{\omega \cdot C} \cdot \cos(\omega \cdot t) = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot I_s \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (11)$$

erhält man eine sich ebenso periodisch ändernde Spannung am Kondensator. Der Vergleich mit (2) zeigt, dass wir auch am Kondensator eine Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom haben,

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

die nun allerdings mit $\varphi = -\frac{\pi}{2} = -90^\circ$ entgegengesetzt zu derjenigen an einer Spule ist. Hier wird umgangssprachlich manchmal formuliert, dass wegen der Aufladung bzw. Entladung „der Strom der Spannung am Kondensator vorauseilt“. Die Größe $R_c = \frac{1}{\omega \cdot C}$ hat die Einheit und Bedeutung eines nur bei Wechselstrom auftretenden frequenzabhängigen Widerstandes. Er wird als kapazitiver Widerstand bezeichnet und ist bei Gleichstrom ($\omega=0$) erwartungsgemäß unendlich groß (Anwendung: Koppelkondensatoren zur Blockierung von Gleichspannungsanteilen in Signalen). Auch ein Kondensator ist ein passiver linearer Zweipol.

Tab. 3 Ausführungsformen technischer Kondensatoren

Art	Elektrolyt-Kondensator	Kondensator (allgemein)	Trimm-Kondensator	Dreh-Kondensator
technische Ausführung				
Schaltungssymbol				

Analog zur Spule verschwindet im Kondensator die im zeitlichen Mittel umgesetzte elektrische Leistung. Deshalb ist auch der kapazitive Widerstand ein Blindwiderstand, der auf dem sich periodisch auf- und abbauenden elektrischen Feld im Kondensator beruht. Er ist der Frequenz umgekehrt proportional (Anwendung: Block-Kondensator zum Ableiten oder Kurzschluss von unerwünschten restlichen Wechselspannungsanteilen z.B. bei Gleichspannungsversorgung von Schaltkreisen).

Wie bei der Spule muss betont werden, dass auch diese Beschreibung wieder eine starke *Idealisierung* darstellt: In realen technischen Kondensatoren ist das Dielektrikum natürlich kein idealer Isolator; es treten dielektrische Verluste (i.a. feldstärke- und frequenzabhängig) auf. Zudem sind die Zuleitungen unvermeidlich widerstands- und induktivitätsbehaftet. Das mögliche allg. Ersatzschaltbild eines realen technischen Kondensators enthält daher außer der reinen Kapazität auch noch Ohmsche Widerstände (Isolationswiderstand des Dielektrikums, parasitärer Widerstand von Zuleitungen) und eine parasitäre Induktivität der Zuleitung. Im zu untersuchenden Frequenzbereich kann glücklicherweise für den eingesetzten Keramik-Kondensator in unserem Versuch dieser komplizierte Sachverhalt vernachlässigt werden, so dass er (näherungsweise!) als idealer Kondensator beschrieben wird.

Exkurs in die komplexe Wechselstromrechnung

In der Wechselstromlehre können Spannungen, Ströme und Widerstände als komplexe Größen aufgefasst und in der komplexen Zahlenebene dargestellt werden. Diese Betrachtung geht auf Arbeiten der Ingenieure und Elektrotechniker Carl Steinmetz und Arthur Edwin Kennelly von 1893 zurück und wurde 1937 mathematisch exakt begründet. Für harmonisch zeitabhängige Spannungen und Ströme werden notwendige Berechnungen ganz erheblich vereinfacht und die meist komplizierten Verhältnisse bezüglich der Phasenlage gut veranschaulicht. Im Wesentlichen kann man die dabei angewandten Methoden als überwiegend vorteilhafte Alternative zur häufig komplizierten Rechnung mit (i.a. ja zeitabhängigen) Differentialgleichungen ansehen; Zeitableitungen und Integrationen nach der Zeit sind durch Multiplikation mit einem komplexen Faktor ersetzbar. Auch ist die Darstellung von funktionalen Zusammenhängen im Frequenzbereich (Spektralbereich) oft verständlicher und besser zu handhaben als im Zeitbereich. In diesem Zusammenhang sollte auch erwähnt werden, dass durch die sog. Fourier-Transformation aus im Zeitbereich oft schwierig zu handhabenden Differentialgleichungen etwas „einfachere“ algebraische Gleichungen im Spektralbereich werden.

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

Für Wechselspannungen bzw. -ströme verwendet man zweckmäßig die komplexen Ausdrücke

$$\begin{aligned} u(t) &= U_S \cdot e^{j\omega t} = U_S \cdot \{\cos(\omega \cdot t) + j \cdot \sin(\omega \cdot t)\} \\ i(t) &= I_S \cdot e^{j(\omega t - \varphi)} = I_S \cdot \{\cos(\omega \cdot t - \varphi) + j \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)\} \end{aligned} \quad (12)$$

mit $j = \sqrt{-1}$ als imaginärer Einheit und φ als Phasendifferenz zwischen Strom und Spannung. Ferner lässt sich der (komplexe) Wechselstromwiderstand als sog. *Impedanz* Z mit

$$Z = \frac{u(t)}{i(t)} = \frac{U_S}{I_S} \cdot e^{j\varphi} = |Z| \cdot e^{j\varphi} = |Z| \cdot (\cos\varphi + j \cdot \sin\varphi) \quad (13)$$

schreiben. Ihr Betrag $|Z|$ ist der *Scheinwiderstand*, der durch Messung der Spitzen- oder Effektivwerte von Strom und Spannung bestimmt werden kann. Die Phase φ beschreibt die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung am Wechselstromwiderstand. Sein Realteil $\operatorname{Re}(Z) = |Z| \cdot \cos\varphi$ wird als *Wirkwiderstand* und der Imaginärteil $\operatorname{Im}(Z) = |Z| \cdot \sin\varphi$ als *Blindwiderstand* bezeichnet.

Jede beliebige komplexe Impedanz lässt sich nun ganz allgemein aus Ohmschen, induktiven und kapazitiven Anteilen zusammensetzen, für die man folgende Widerstandsoperatoren einführt:

Tab. 4 Komplexe Widerstandsoperatoren

Widerstand	Komplexer Widerstandsoperator Z	Wirkwiderstand $\operatorname{Re}(Z)$	Blindwiderstand $\operatorname{Im}(Z)$
(rein) Ohmsch	$Z_R = R$	R	0
induktiv	$Z_L = j \cdot \omega \cdot L$	0	$\omega \cdot L$
kapazitiv	$Z_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = -\frac{j}{\omega \cdot C}$	0	$-\frac{1}{\omega \cdot C}$

So ergibt sich eine relativ übersichtliche Darstellung der Verhältnisse im Wechselstromkreis in völliger Analogie zum Gleichstromkreis: Es gelten dieselben Gesetze für die Addition von Widerständen bei Reihen- und Parallelschaltungen; auch die bekannten Kirchhoffschen Gesetze (Knotensatz, Maschensatz) gelten weiterhin!

Zeigerdiagramme sind zur übersichtlichen und anschaulichen Darstellung von Impedanzen als komplexen Größen geeignet. Ihnen werden in der Gaußschen Zahlenebene eineindeutig Punkte zugeordnet, die „Ortsvektoren“ zu diesen Punkten (die sog. Zeiger), können (wie aus der Vektoralgebra bekannt) addiert werden. So z.B. in Abb. 2 für die Impedanz einer realen Spule mit der Induktivität L und dem Ohmschen Widerstand R_S :

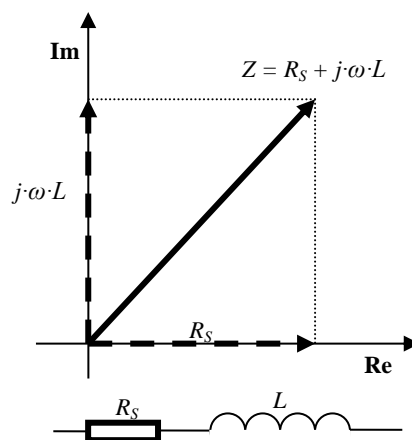


Abb. 2 Darstellung der Impedanz einer realen Spule im Zeigerdiagramm

Bei dieser (realen) Spule mit der komplexen Gesamtimpedanz $Z = R_S + j \cdot \omega \cdot L$ ist $\operatorname{Re}(Z) = R_S$ der Wirkwiderstand, $\operatorname{Im}(Z) = \omega \cdot L$ ihr Blindwiderstand und $|Z| = \sqrt{R_S^2 + \omega^2 \cdot L^2}$ ihr Scheinwiderstand.

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

Misst man mit Wechselstrommessgeräten (Amperemeter bzw. Voltmeter) den durch sie fließenden Wechselstrom und die über ihr abfallende Wechselspannung als Effektivwerte I_{eff} und U_{eff} , kann wegen fehlender Möglichkeit der Phasenmessung aber nur der Scheinwiderstand bestimmt werden: Sofern die Bedingung $R_S \ll \omega \cdot L$ in der Praxis nicht sicher realisiert werden kann, ist daher die Induktivität L der Spule auf diese einfache Weise *nicht zuverlässig* bestimmbar!

Dagegen ist für den im Experiment verwendeten Keramik-Kondensator wegen $|Z| \cong Im(Z) = \frac{1}{\omega \cdot C}$ eine einfache Kapazitätsbestimmung durch Messung der Effektivwerte I_{eff} und U_{eff} sehr wohl möglich: Das verlangt allerdings, dass er sich tatsächlich näherungsweise „ideal“ verhält!

Betrachtungen zum Reihenschwingkreis

Als weiteres und besonders interessantes Beispiel für einen passiven Zweipol kann man einen Reihenschwingkreis ansehen, der technisch gesehen aus einer Reihenschaltung von Kondensator und Spule besteht. Sein frequenzabhängiger komplexer Widerstand lässt sich gemäß den bisherigen Betrachtungen relativ einfach berechnen und wird im Experiment auch näher untersucht. Für die vorzunehmende Analyse soll der Kondensator als „ideal“ nur mit einer Kapazität C angenommen werden, während wir für die reale Spule eine Ersatzschaltung wie in Abb. 2 aus Widerstandsanteil R_S und Induktivität L annehmen wollen. Gemäß den o.a. Überlegungen folgt mit Summation

$$Z = R_S + j \cdot \omega \cdot L + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = R_S + j \cdot \left\{ \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right\} \quad (14)$$

für den komplexen Gesamtwiderstand des Reihenschwingkreises. Für Betrag und Phase folgt

$$|Z| = \sqrt{R_S^2 + \left\{ \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right\}^2} \quad \text{und} \quad \varphi = \arctan \left\{ \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R_S} \right\}. \quad (15)$$

Die zugehörige Darstellung im Zeigerdiagramm findet sich hier in Abb. 3:

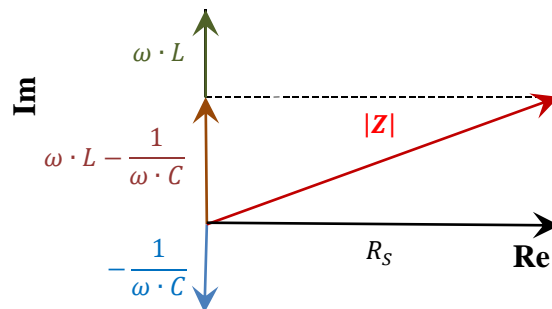


Abb. 3 Darstellung der Impedanz des Reihenschwingkreises im Zeigerdiagramm

Aus (14, 15) und dem Zeigerdiagramm ist ersichtlich, dass der Reihenschwingkreis ein stark frequenzabhängiges Verhalten aufweisen muss: Außer R_S haben alle anderen Zeiger eine frequenzabhängige Länge – mit der entsprechenden Wirkung auf die Gesamtimpedanz Z . Eine ganz einfache Grenzwertbetrachtung zeigt uns, dass der Reihenschwingkreis sich für sehr tiefe Frequenzen wie ein (idealer) Kondensator verhalten wird: $\lim_{\omega \rightarrow 0} Z = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}$. Der zugehörige Zeiger liegt auf der imaginären Achse in negativer Richtung. Dagegen folgt aus $\lim_{\omega \rightarrow \infty} Z = j \cdot \omega \cdot L$ für sehr hohe Frequenzen wiederum das typische Verhalten einer (idealen) Spule, deren Zeiger dann auf der imaginären Achse in positiver Richtung liegt.

Interessant ist, dass es in (15) auch offensichtlich einen Extremwert gibt: Für die sog. Resonanzfrequenz des Reihenschwingkreises $\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ (Thomsonsche Resonanzformel) verschwindet der Imaginärteil. Die Gesamtimpedanz wird mit $Z_{res} = R_S$ rein reell (Phase $\varphi = 0$) und minimal. Der im Reihenschwingkreis fließende Strom erreicht bei dieser Frequenz ein Maximum. Ohne den Widerstand R_S wäre der fließende Strom (rein theoretisch) dann sogar unbegrenzt bzw. unendlich groß, weil der Gesamtwiderstand verschwindet. Allerdings wird das in der Realität so nie eintreten, wie sich noch erweist.

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

Wird außen an den Reihenschwingkreis eine Wechselspannung wie z.B. von einem Signalgenerator angelegt, so ergeben sich Verhältnisse, die in der Abb. 4 schematisch veranschaulicht werden:

Die von außen angelegte Wechselspannung teilt sich (gemäß dem Maschensatz) in drei Spannungsabfälle über Widerstand R_S , Induktivität L und Kapazität C auf. Die vollständige schaltungstechnische Beschreibung würde zusätzlich zum Inhalt von Abb. 4 auch noch die (reale) Wechselspannungsquelle enthalten – wir kommen später darauf zurück.

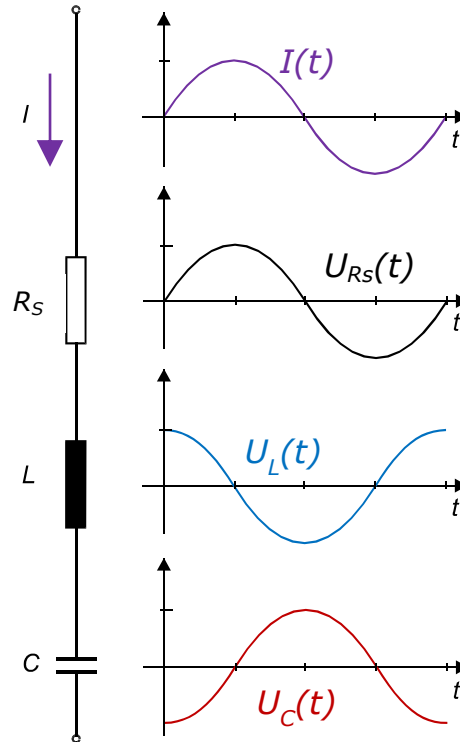


Abb. 4 Zeitliche Signalverläufe für Stromfluss und Teilspannungen am Reihenschwingkreis

Die fließende Stromstärke I und die Teilspannung U_{R_S} am Ohmschen (reellen) Widerstand R_S sind miteinander in Phase. Dagegen ist die Teilspannung U_L an der Induktivität um $\varphi = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$ und die Teilspannung U_C am Kondensator um $\varphi = -\frac{\pi}{2} = -90^\circ$ phasenverschoben gegenüber dem Strom. Die beiden Spannungen U_L und U_C sind offensichtlich *gegenphasig*, d.h. um genau 180° gegeneinander verschoben. Für die o.g. Frequenz $\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ heben sie sich mit $U_L + U_C = 0$ sogar gegenseitig exakt auf, wobei die Spannung U_{R_S} am Ohmschen Widerstand aber erhalten bleibt.

Dass es sich beim Reihenschwingkreis um ein schwingungsfähiges physikalisches System handelt, ist allerdings aus der bisherigen Betrachtung noch nicht zu erkennen. In den üblichen Physik-Vorlesungen wird oft eine stark idealisierte theoretische Betrachtung des Schwingkreises vorgenommen: Die elektrische Schaltung wird als nach außen völlig abgeschlossenes System ohne jegliche Wechselwirkung mit der Umgebung angesehen. Spule und Kondensator werden als idealisierte und „verlustfreie“ Bauteile betrachtet, die als relativ schwach angenommene Energiedissipation des Systems findet (so überhaupt) nur im Ohmschen Widerstand in Form der Umwandlung elektrischer Energie in Joulesche Wärme statt. Da sowohl Spule als auch Kondensator zeitweilig Energie speichern (im Magnetfeld und elektrischen Feld), auch wieder abgeben können und durch den elektrischen Stromfluss gekoppelt sind, ist ein solches System „schwingungsfähig“ und liefert so unter bestimmten Bedingungen zeitlich periodische Vorgänge. Die sich aus näherer Betrachtung ergebende homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung in der Form

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2}{dt^2} i(t) + R_S \cdot C \cdot \frac{d}{dt} i(t) + i(t) = 0 \quad (16)$$

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

für den mit $R_S < 2\sqrt{L/C}$ „schwach verlustbehafteten“ Reihenschwingkreis liefert mit den zugehörigen Anfangsbedingungen die entsprechenden Lösungen, die wir hier als bekannt voraussetzen und gehen daher nicht weiter darauf ein. Erwähnen wollen wir nur, dass die Dämpfung des schwingenden Systems im 2. Term erscheint. Die Beziehung (16) liefert eine zeitlich abklingende *freie* und *gedämpfte* Schwingung als Lösung. Fügt man nun in (16) auf der rechten Seite anstatt Null eine zeitlich periodische „Störfunktion“ hinzu (inhomogene Differentialgleichung), wird eine *erzwungene* Schwingung beschrieben: Die Anregung erfolgt mithilfe eines Signals von einer äußeren Quelle, die zeitlich periodisch die dissipativen Energie-„Verluste“ des schwingungsfähigen Systems ausgleicht. Dieser Signalquelle wenden wir uns nun zu.

Betrachtungen zur Wechselspannungsquelle

Die oft anzutreffende Vorstellung vom „lastunabhängigen“ Verhalten technischer Spannungsquellen, d.h. der Unabhängigkeit der Ausgangsspannung der Quelle vom tatsächlich fließenden Laststrom, ist eine viel zu starke Idealisierung. Es ist offensichtlich, dass so die von einer Quelle abgegebene elektrische Leistung (theoretisch) P dann völlig unbegrenzt sein würde. Das ist eine Vorstellung, die sicher (vernünftigerweise) als unsinnig anzusehen ist.

In Wirklichkeit ist selbst bei sog. elektronisch geregelten Konstantspannungs- oder Signalquellen eine (relative!) Konstanz nur bis zu einem bestimmten (einstellbaren) Wert des fließenden Laststromes realisierbar. Als allereinfachstes Modell für den im Experiment verwendeten Signalgenerator betrachten wir im Weiteren eine sog. lineare Wechselspannungsquelle, die schaltungstechnisch in einer Reihenschaltung aus einer idealen Wechselspannungsquelle mit der sog. (konstanten!) Leerlauf- oder Quellspannung U_0 variabler Frequenz und dem inneren oder Quellwiderstand R_i besteht und der eine sog. $U(I)$ -Kennlinie (Lastkennlinie) zugeordnet werden kann (s. Abb. 5). Wir merken an, dass es sich hier um einen *aktiven* linearen Zweipol handelt, der über seine beiden Anschlussklemmen eine elektrische Leistung abgeben kann.

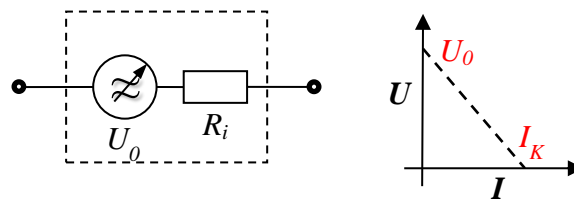


Abb.5 Einfaches Modell einer (linearen) Wechselspannungsquelle mit $U(I)$ -Kennlinie

Folgende Grenzfälle sind möglich: Wenn der sog. *Leerlauf* vorliegt, d.h. keinerlei Strom fließt, liegt die Quellspannung U_0 an den völlig unbelasteten äußeren Anschlussklemmen. Die sog. Kurzschluss-Stromstärke I_K wird im Fall eines elektrischen *Kurzschlusses* zwischen den äußeren Klemmen erreicht; die äußere Spannung „verschwindet“ dann. Beide Zustände werden aber in der Realität nie erreicht!

Die nähere Betrachtung eines *geschlossenen* Stromkreises aus dieser (linearen) Spannungsquelle und einem außen parallel geschalteten „Verbraucher“ mit dem sog. Lastwiderstand R_L liefert den einfachen linearen Zusammenhang

$$U(I) = U_0 - R_i \cdot I \quad (17a)$$

für die Spannung am Verbraucher (analytische Beschreibung der Kennlinie). Wegen $R_i = \frac{U_0}{I_K}$ gilt auch

$$U(I) = U_0 \cdot \left\{ 1 - \frac{I}{I_K} \right\}. \quad (17b)$$

Mit einem realen Lastwiderstand $\infty > R_L > 0$ muss die im gesamten Kreis fließende Stromstärke I_L stets geringer sein als im Kurzschluss-Fall, wie die Beziehung

$$I_L = \frac{U_0}{R_i + R_L} < \frac{U_0}{R_i} = I_K \quad (17c)$$

uns eindeutig zeigt und kann auch nicht „verschwinden“, da R_L stets endlich bleibt.

Weder im Leerlauf mit $I = 0$ noch bei Kurzschluss mit $U = 0$ wird von der linearen Quelle elektrische Leistung $P = U \cdot I$ abgegeben. Sie erreicht einen maximalen Wert $P_{max} = \frac{1}{4}(U_0 \cdot I_K) = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_i}$ genau in

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

der Mitte der „fallenden“ $U(I)$ -Geraden. Dieselbe elektrische Leistung wird dann aber auch am Quellwiderstand R_i in Joulesche Wärme umgesetzt!

Spannungsbilanz im resonanten Reihenschwingkreis

Diese eben vollzogenen Überlegungen gelten ganz allgemein für beliebige „Verbraucher“, d.h. für Kondensatoren und (reale) Spulen ebenso wie für den Reihenschwingkreis. Im Fall der Resonanz mit $\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ im Reihenschwingkreis hatten wir weiter oben schon festgestellt, dass seine Impedanz mit $Z = R_S$ einen (rein reellen) Minimalwert annimmt. Die zugehörige (dann maximale) Stromstärke bestimmt sich zu $I_{res} = \frac{U_0}{R_i + R_S}$ mit der Leerlauf- oder Quellspannung U_0 des Signalgenerators, R_i als seinem Quellwiderstand und R_S als Ohmschem Widerstand unserer realen Spule. Daraus lassen sich dann die im Resonanzfall an Kondensator und Spule abfallenden Teilspannungen einfach berechnen:

$$U_{Kondensator} = Z_C \cdot I_{res} = -\frac{j}{\omega_{res} \cdot C} \cdot \frac{U_0}{R_i + R_S} \quad (18a)$$

$$U_{Spule} = Z_{Spule} \cdot I_{res} = (R_S + j \cdot \omega_{res} \cdot L) \cdot \frac{U_0}{R_i + R_S} \quad (18b)$$

Man sieht, dass die beiden Teilspannungen tatsächlich gegenüber der Generatorspannung U_0 phasenverschoben sind. Unter der Bedingung $R_S \ll \omega_{res} \cdot L$ sind sie sogar exakt gegenphasig. Sofern die beiden Widerstände R_S und R_i genügend klein sind (d.h. geringe Dämpfung des Schwingkreises und „niederohmige“ Ankopplung), ergibt sich daraus im Resonanzfall wegen $|Z| > (R_i + R_S)$ auch noch eine (betragsmäßig!) deutliche Überhöhung der beiden Spannungen gemäß (18a,b) im Vergleich zur äußeren angelegten Wechselspannung U_0 . Diese im Experiment messbare Spannungsüberhöhung

$$\rho = \left| \frac{U_{Spule}}{U_0} \right| = \left| \frac{U_{Kondensator}}{U_0} \right| = \frac{\omega_{res} \cdot L}{R_S} = \frac{1}{\omega_{res} \cdot C \cdot R_S} \quad (19)$$

(nur korrekt für eine geringe Energiedissipation im Schwingkreis, insbesondere kleine Widerstände R_S und R_i im Verhältnis zu den o.a. komplexen Impedanzen), erlaubt die Bestimmung des Widerstandes R_S als Maß für die Dämpfung bzw. Energiedissipation im realen Schwingkreis. Einige grundsätzliche Anmerkungen dazu:

- Viel gebräuchlicher als „Spannungsüberhöhung“ ist für die dimensionslose Größe ρ die Bezeichnung „Güte“ des Schwingkreises.
- Eine hohe Güte ist gleichbedeutend mit geringer Dämpfung. Schwingkreise mit i.a. für viele technische Anwendungen sehr erwünschter hoher Güte erreichen $\rho = 100$ oder auch mehr, Schwingquarze sogar einige 10^5 .
- Je größer die Güte ρ , desto „schärfer“ die Resonanz, d.h. umso schmaler die Breite der sog. Amplitudenresonanzkurve im Verhältnis zur Resonanzfrequenz und damit die Frequenzselektivität der Schaltung. Bei verschwindender Dämpfung als theoretischem Grenzfall nimmt die Resonanzkurve schließlich die Form der δ -Funktion an, die für $\omega = \omega_{res}$ eine unendliche Amplitude erreicht („Resonanzkatastrophe“).

EXPERIMENTELLE METHODIK

Phasenverschiebungen lassen sich gut mit einem *Zweikanal-Oszilloskop* untersuchen. Die (mit $1 \text{ M}\Omega$ relativ hochohmigen) Signaleingänge eines solchen Gerätes sind aber nur für Spannungsmessungen geeignet, so dass Ströme I mithilfe des Spannungsabfalls $U_p = I \cdot R_p$ an einem genau bekannten Ohmschen Messwiderstand R_p gemessen werden müssen.

Oszillografiert man die Wechselspannung an den äußeren Anschlüssen eines Zweipols und den durch ihn fließenden Wechselstrom (mithilfe des Messwiderstandes) zugleich im Zweikanal-Betrieb, so lassen sich sowohl die beiden Signalamplituden (besonders zweckmäßig als Spitze-Spitze-Spannung $U_{SS} = 2 \cdot U_S$) als auch die Phasenverschiebung φ zwischen den beiden Signalen leicht darstellen und bestimmen. Dazu wird im Experiment die in Abb. 6 gezeigte Prinzipschaltung genutzt:

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

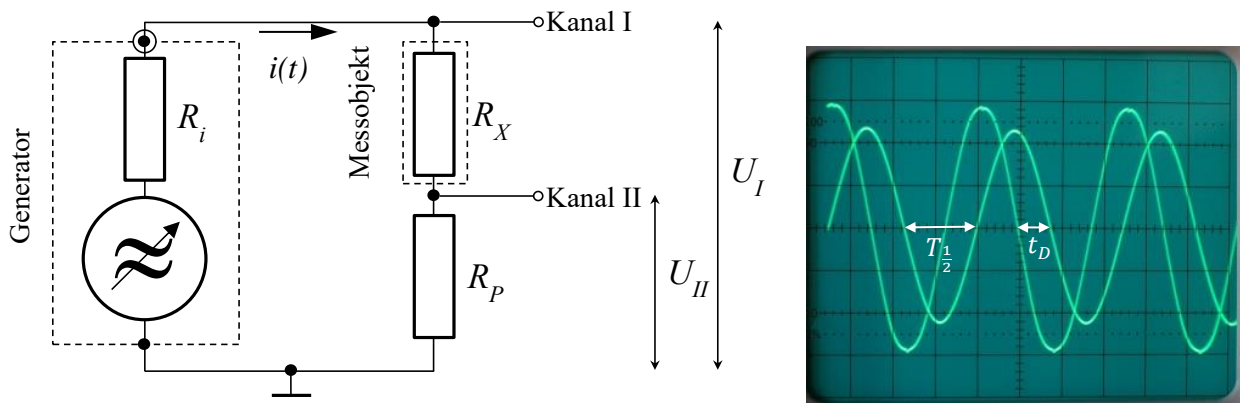


Abb. 6 Prinzipschaltung für Oszilloskopmessungen und zugehöriges Oszillogramm

Der Innenwiderstand R_i des verwendeten Signalgenerators ist mit eingezeichnet worden. Mit „Messobjekt“ ist hier symbolisch ein beliebiger von uns zu untersuchender elektrischer Zweipol (Spule, Kondensator, Reihenschwingkreis o.ä.) mit dem (i.a. komplexen!) Widerstand $Z = R_X$ gemeint. R_p ist der genau bekannte Messwiderstand in Form eines sog. Präzisionsdekadenwiderstandes. Die beiden Signalausgänge in Abb. 6 werden mit den entsprechenden Eingängen „Kanal I“ und „Kanal II“ des Oszilloskops verbunden. Wir wollen zudem voraussetzen, dass der Eingangswiderstand beider Kanäle des Oszilloskops mit $1\text{ M}\Omega$ wirklich groß im Vergleich zu den sonstigen in Abb. 6 gezeigten Widerständen ist, so dass er *nicht* mit berücksichtigt werden muss.

Man beachte, dass sowohl der Signalgenerator als auch das Zweikanal-Oszilloskop über sog. „Masse-Anschlüsse“ verfügen: sie sind jeweils elektrisch identisch mit der äußeren Abschirmung der (asymmetrischen) BNC-Koaxialanschlüsse und liegen auch auf demselben Potential wie das äußere Metallgehäuse, das wiederum mit dem Schutzleiter der Versorgungsleitung für 230 V Betriebsspannung verbunden ist. Diese technische Besonderheit trifft für *jegliche* elektrische/elektronische Geräte mit asymmetrischen Ein- oder Ausgängen und Schutzkontakt-Anschlussleitungen zu; das sind mittlerweile fast alle! Bei fehlerhaftem Anschluss erzeugt man u.U. völlig unbeabsichtigte und zunächst unerklärliche „Signal-Kurzschlüsse“ oder „Brummschleifen“, die eine sehr langwierige Fehlersuche zur Folge haben. Seien Sie also sehr aufmerksam beim Aufbau!

Diese Beschaltung führt unvermeidlich dazu, dass die Spannung am untersuchten Messobjekt *nicht* direkt gemessen werden kann; an Kanal I erscheint in $u_I(t)$ die Summe aus den beiden Spannungen über dem Messwiderstand mit $u_p(t) = R_p \cdot i(t)$ und dem Messobjekt mit $u_X(t) = R_X \cdot i(t)$. Diese Summe ist identisch mit der Generatorausgangsspannung $u_{gen}(t)$. Die Stromstärke wird als stromproportionales Signal $u_{II}(t) = R_p \cdot i(t)$ an Kanal II dargestellt.

Auf dem Bildschirm des Oszilloskops sind (bei richtiger Geräteeinstellung) beide harmonische Signale so wie rechts in Abb. 6 gegeneinander phasenverschoben zu sehen. Im Oszillogramm lassen sich Spannungswerte direkt anhand der Skale der y-Achse und der gewählten (aber kalibrierten!) Ablenkung (in VOLTS/DIV) einfach ablesen und daraus die uns interessierenden Größen rechnerisch bestimmen. Mit dem Maschensatz, der uns hier die Spannungsbilanz

$$u_{gen}(t) = u_I(t) = u_X(t) + u_p(t) = \{R_X + R_p\} \cdot i(t) \quad (20a)$$

liefert und der in der gesamten Masche fließenden Stromstärke

$$i(t) = \frac{u_p(t)}{R_p} \quad (20b)$$

lässt sich der i.a. komplexe Widerstandes $Z = R_X$ betragsmäßig ziemlich einfach berechnen. Aus Gründen besserer Ablesbarkeit und größerer Messgenauigkeit misst man in der Praxis bevorzugt die Spitze-Spitze-Spannungen. Es ergibt sich dann

$$|Z| = |R_X| = R_p \cdot \frac{U_{SS}^{Kanal\ I} - U_{SS}^{Kanal\ II}}{U_{SS}^{Kanal\ II}} \quad (21)$$

für den Betrag (Scheinwiderstand) des uns interessierenden Zweipol-Wechselstromwiderstandes. Die Phase φ bestimmt man am einfachsten aus der Phasenverschiebung zwischen beiden Signalen

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

im Oszillogramm: Mithilfe der Zeit-Achse am Bildschirm kann die Halbperiodendauer $T_{\frac{1}{2}}$ und die zeitliche Verschiebung t_D zwischen beiden Spannungsverläufen direkt abgelesen werden, wobei man dazu zweckmäßig die „Nulldurchgänge“ zu Hilfe nimmt (vorheriger „Nullpunktgleich“ vorausgesetzt). Die Phasenverschiebung berechnet sich dann sehr einfach zu

$$\varphi = \frac{t_D}{T_{\frac{1}{2}}} \cdot \pi. \quad (22)$$

Eine noch originellere und elegantere Methode zur Messung der Phasenverschiebung φ bietet sich mit den sog. *Lissajous-Figuren* (nach Jules Antoine Lissajous, 1855) an. Nach Umschaltung des Oszilloskops vom normalen y-t- auf den sog. x-y-Betrieb (Taste „x/y“ drücken!) beobachtet man auf dem Bildschirm nun bei zweckmäßig gewählten Verstärkungen eine Ellipse wie in Abb. 7:

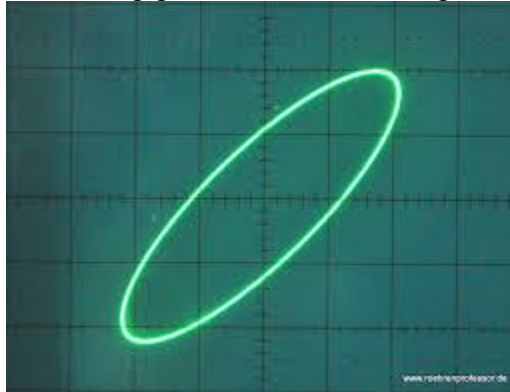


Abb. 7 Elliptische Lissajous-Figur

Da diese Methode deutlich mehr an mathematischer „Vorüberlegung“ und hinsichtlich der Messmethodik und -auswertung auch mehr Aufwand erfordert, soll sie hier nicht weiter im Detail beschrieben werden. Bei eigenem Interesse daran müssen Sie also selbst gezielt dazu recherchieren!

Für unser Experiment machen wir nur Gebrauch von der Lissajous-Figur in Zusammenhang mit der möglichst exakten experimentellen Ermittlung der Resonanzfrequenz des Reihenschwingkreises:

Für $\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ ist sein Gesamtwiderstand minimal und rein reell, so dass keine Phasenverschiebung mehr zwischen Strom und Spannung auftritt. Aus der Ellipse als Lissajous-Figur wird dann eine exakte Gerade. Bei höherer Signalverstärkung am Oszilloskop-Eingang ist diese Methode höchst empfindlich.

Die im obigen Abschnitt skizzierte experimentelle Methodik (gewählter Schaltungsaufbau, Bestimmung von Strom und Spannung inklusive der Phasenverschiebung, Berechnung des Wechselstromwiderstandes aus den Messwerten) lässt sich grundsätzlich für *jeden* Zweipol einsetzen; für reale Kondensatoren und Spulen oder auch ganz beliebige komplexere Zweipolschaltungen wie z.B. Schwingkreise!

TECHNISCHE HINWEISE ZUR PRAKTISCHEN VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

Für die Bedienung und Benutzung der eingesetzten Messgeräte (Oszilloskop, Digitalmultimeter und Funktionsgenerator) sind die ggf. in der Vorbesprechung erteilten Hinweise zu beachten. Für Oszilloskop und Digitalmultimeter sind Platzanleitungen bzw. Datenblätter vor Ort vorhanden, in denen insbesondere auch Angaben für die jeweiligen gerätebedingten Messunsicherheiten enthalten sind. Die für die spätere Auswertung wichtigen Werte sollten Sie sich unbedingt notieren!

Bezüglich der Leitungsführung sind die Anmerkungen in der Versuchsbeschreibung zum Masseanschluss (Symbol \perp) für Generator und Oszilloskop zu beachten, um unbeabsichtigte Signal kurzschlüsse zu vermeiden. Masse-Leitungen an Anschlusskabeln sind schwarz oder gesondert herausgeführt. Für eine bessere Übersichtlichkeit der aufzubauenden Schaltung sind verschiedenfarbige Laborleitungen vorhanden, von denen man auch zweckmäßig Gebrauch machen sollte.

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

Sämtliche selbständig aufgebauten Schaltungen sind aus Sicherheitsgründen *vor* der eigentlichen Inbetriebnahme stets durch das Betreuungspersonal überprüfen zu lassen: Die Missachtung dieser *grundsätzlichen* Verhaltensregel hat u.U. Folgen für die Bewertung; evtl. entstandene Schäden an Geräten unterliegen ggf. einem Regressanspruch gegenüber dem Verursacher!

Die Verstärkung der beiden Kanäle des Oszilloskops kann mit dem Stufenschalter (hinterer Drehknopf) in 11 Stufen von 20 bis 0,01 VOLTS/DIV und in jeder Stufe kontinuierlich (vorderer Drehknopf, markiert mit ►) verändert werden. Für alle Messaufgaben werden bei beiden Systemen die vorderen Drehknöpfe bis zum Einrasten (Anschlag) nach rechts gedreht; nur dann stimmt die Kalibrierung der Signal-Verstärker! Das gilt in gleicher Weise für die Zeitbasis, die ebenfalls gestuft und zusätzlich kontinuierlich eingestellt werden kann: Auch dort ist der vordere kleine Drehknopf (markiert mit ►) bis zum fühlbaren Anschlag (Einrasten) nach rechts zu setzen!

Für beide Kanäle gibt es eine zusätzliche Verstärkung (Taste x5), die für besonders kleine Signale u.U. nützlich sein kann. Ebenso existiert eine Möglichkeit, mit der Taste x10 die Zeitachse ggf. zusätzlich zu spreizen. Man beachte daher für korrekte Messergebnisse, welche Einstellungen verwendet werden! Um Signale mit einem Gleichspannungsanteil am Oszilloskop korrekt darstellen zu können, müssen sie direkt („galvanisch“) eingespeist werden (Taste DC am Eingang drücken).

Wechsel-signale werden fortlaufend gemessen und immer wieder neu von links nach rechts auf dem Schirm „gezeichnet“. Um für periodische Signalen ein „stehendes Bild“ zu erhalten, ist die sog. Triggerung erforderlich: Der interne Generator zur Erzeugung einer „sägezahnförmigen“ Spannung für die horizontale Ablenkung des Elektronenstrahls wartet nach einem Durchgang bis das zu messende Signal wieder gleichen Pegel und gleiche (Flanken-)Richtung hat. Erst dann wird erneut getriggert bzw. ausgelöst und das Signal wieder neu dargestellt. Ist die sog. Triggerung nicht richtig eingestellt, so wird man i.a. ein „durchlaufendes Bild“ sehen. Da die richtige Bedienung eines Oszilloskops offensichtlich nicht so elementar ist, sollten Sie sich für das Erlernen zu Beginn die nötige Zeit nehmen und etwas „praktisch“ üben! Die zugehörige sehr einfache Schaltung sollten Sie selbst entwerfen und aufbauen können.

Bei der Amplitudeneinstellung des Funktionsgenerators ist darauf zu achten, dass keine unbeabsichtigte Begrenzung (Verzerrung) des Signals auftritt: Das Ausgangssignal oszillografisch mit zu beobachten, ist daher ratsam. Allgemein sollten Sie im Interesse guter Messbedingungen eine möglichst hohe und stabile Ausgangsamplitude des Generators verwenden, um auch bei kleineren Mess-Signalen in Ihrer Schaltung noch ein akzeptables Signal-Rausch-Verhältnis zu haben.

Es bietet sich an, für verschiedene Frequenzen von Wechselsignalen (Formen Sinus, Dreieck, Rechteck) aus dem Generator zunächst überhaupt das Signal darzustellen und dabei sowohl die Größe und Konstanz der Signalamplitude als auch die Frequenzanzeige des Generators zu überprüfen: Zur Bestimmung von Signalperioden bzw. -frequenzen ist es zweckmäßig, mehrere sichtbare Perioden zu verwenden.

Für diese ersten Beobachtungsergebnisse sind (grob) die realistisch erzielbaren Messunsicherheiten für die Bestimmung von Spitze-Spitze-Spannungen U_{SS} , Effektivwerten U_{eff} und Frequenzen f mit dem Oszilloskop abzuschätzen. Zum direkten Vergleich können die Effektivwerte und Frequenzen gleich parallel mit dem TrueRMS-Digitalmultimeter gemessen werden.

Bei der Verwendung des Präzisionsdekadenwiderstandes ($10\Omega \pm 0,5\%$) für die Mess-Schaltung nach Abb. 6 ist seine Kontaktbelegung (s. Darstellung auf der Gehäuserückseite!) unbedingt zu beachten.

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

AUFGABENSTELLUNGEN

0. Bereiten Sie sich sehr gründlich und systematisch auf diesen recht komplexen und anspruchsvollen Versuch vor: Arbeiten Sie die hier vorliegende und relativ ausführliche Versuchsbeschreibung gut durch und verschaffen Sie sich zusätzliches Wissen durch eigene Recherche und vertiefendes Literaturstudium. Offene Fragen und Probleme sollten Sie sich unbedingt notieren und zur Klärung in die Vorbesprechung mitbringen. Überlegen Sie sich schon vorab genau, welche physikalischen Größen bei den einzelnen Teilaufgaben im Experiment zu messen sind und bereiten Sie die Tabellen-Grundstrukturen für die Versuchsdokumentation in Ihrem Laborarbeitsbuch vor! Überlegen Sie sich auch, wie Sie gleichartige erforderliche Berechnungen bei der späteren Auswertung durch den Einsatz von Software für die Tabellenkalkulation möglichst effizient erledigen können! Welche Unsicherheitsangaben von welchen Größen werden für die spätere Auswertung und Ergebnisdiskussion unbedingt gebraucht?
1. Schauen Sie sich bei Versuchsbeginn die am Platz vorhandene Ausstattung und Datenblätter an und notieren Sie sich die für Sie wichtigen Bezeichnungen, Parameter und Kenngrößen. Bauen Sie, wie weiter oben vorgeschlagen, eine einfache Parallel-Schaltung aus Signalgenerator, Digitalmultimeter und Oszilloskop (hier im Einkanal-Betrieb) auf. Machen Sie sich jetzt mit den Geräten näher vertraut und nehmen Sie für die *drei* verschiedenen Signalformen bei maximaler Amplitude und bei mehreren Frequenzen die Oszillogramme auf (mit Bestimmung von Periodendauern und Spitze-Spitze-Spannungen). (Sie merken hoffentlich auch gleich, dass sich die Frequenz am Generator nicht besonders präzise einstellen lässt: Es ist also sinnlos, Ihre wertvolle Zeit durch stets möglichst genaue Frequenzeinstellung zu vergeuden!) Messen Sie parallel dazu mit dem Digitalmultimeter die Frequenzen und Effektivwerte nach! Sind diese Ergebnisse miteinander konsistent (innerhalb der Unsicherheitsgrenzen) und in sich widerspruchsfrei? Was können Sie in Bezug auf die relative Unsicherheit der Signalfrequenzen (im Vergleich zu den Spannungswerten) generell konstatieren?
2. Nehmen Sie das Multimeter zur Hand und messen Sie damit als später zu verwendende Vergleichswerte sowohl die Kapazität des Keramik-Kondensators (Herstellerangabe am Bauteil selbst: $100 \text{ nF} \pm 10\%$) als auch den Ohmschen Widerstand der Spule (d.h. für Gleichstrom!) nach. Bestimmen Sie auch die Unsicherheiten dieser beiden Messwerte! Sicher fällt Ihnen auf, dass die Spule im Vergleich zum Kondensator trotz gleichartigem äußerem Gehäuse viel „gewichtiger“ ist: Sie hat einen *massiven* Weicheisenkern!
3. Bauen Sie nun die Schaltung nach Abb. 6 mit dem Kondensator als Messobjekt (zu untersuchender Zweipol) vollständig auf und nehmen Sie im Frequenzintervall 1..10 kHz für etwa 10 Frequenzen alle nötigen Messwerte in möglichst zweckmäßiger Tabellenstruktur auf, um daraus die charakteristische Frequenzabhängigkeit des Scheinwiderstandes $|Z(f)|$ gemäß (21) grafisch darstellen und auswerten zu können. Eine detaillierte Untersuchung des Phasenverlaufes $\varphi(f)$ ist *nicht* erforderlich. Verfolgen Sie aber bei den Messungen die Phasenverschiebung φ am Oszilloskop über den Frequenzbereich: Welchen Wert hat sie und entspricht das Ihrer Erwartung? Begründen Sie das!
4. Stellen Sie mithilfe der von Ihnen für Aufgabe 3 aufgenommenen Wertetabelle die charakteristische Funktion $|Z(f)|$ für den Scheinwiderstand des Keramik-Kondensators einschließlich der „Fehlerbalken“ grafisch *zweckmäßig* dar. Die Skalierungen und Einteilungen beider Achsen sind dabei so zu wählen, dass der (auch theoretisch zu erwartende!) Verlauf *unmittelbar* und *möglichst gut* zu erkennen ist. Achten Sie auf eine *vollständige* (und somit „fast selbsterklärende“) Beschriftung! Zur Überprüfung des Modells für den Kondensator und zur quantitativen Bestimmung seiner Kapazität ist eine *Funktionsanpassung* („Fit“, Regression) mit Gewichtung auszuführen und diese (ausgleichende) Funktion mit darzustellen. Als Parameter-Startwert der Kapazität für den Fit können Sie entweder den Messwert vom Multimeter oder die Herstellerangabe verwenden; die auszuführende Iteration sollte schnell konvergieren. Die erhaltenen Ergebnisse (inklusive Residuendarstellung und χ^2 -Test) sind zu diskutieren und zu bewerten.
5. Ersetzen Sie in der Schaltung den Kondensator durch die vorhandene Spule und untersuchen Sie die dafür zu erwartende charakteristische Frequenzabhängigkeit $Z(f)$ näher. Wie bei Aufgabe 3

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

ist eine zweckmäßige Tabellenstruktur für die Messwerte zu wählen; allerdings soll nun auch die *frequenzabhängige* Phasenverschiebung $\varphi(f)$ gemäß (22) mit erfasst werden: Für jede Signalfrequenz ist also neben den Spitze-Spitze-Werten beider Kanäle auch die zeitliche Verschiebung zwischen ihnen zu notieren; daher muss auch die Zeitachse in kalibrierter Einstellung sein! Für die Signalfrequenzen wählen wir hier zwei Teilintervalle verschiedener Schrittweite: im unteren Bereich von 20(30) bis 100 Hz mit ca. 10 Hz Schrittweite und im oberen Bereich ab 100 bis 500 Hz mit ca. 100 Hz Schrittweite. (Bei tieferen Signalfrequenzen ist die richtige Einstellung des Oszilloskops etwas kritischer für eine gute Beobachtung/Messung.)

6. Mit den für Aufgabe 5 aufgenommenen Messwerten sind die beiden charakteristischen Funktionen $|Z(f)|$ und $\varphi(f)$ für die Spule im untersuchten Frequenzbereich (einschließlich „Fehlerbalken“ grafisch darzustellen, wobei zweckmäßig jeweils für beide Achsen eine *lineare* Skalierung verwendet wird. Beide Verläufe sind zunächst rein qualitativ zu beschreiben und physikalisch zu erklären. Die Abhängigkeit des Scheinwiderstandes $|Z(f)|$ ist durch das ganz einfache Modell nach Abb. 2 zu beschreiben, das numerisch durch eine Regression mit Gewichtung angepasst wird. Als Startwerte können Sie für die Induktivität $L = 500 \text{ mH}$ und für den Widerstand R_S Ihr Messergebnis mit dem Multimeter ansetzen; das Konvergenzverhalten der Iteration ist u.U. etwas kritischer wegen der Vorzeichen (evtl. als Zusatzbedingungen $L > 0$ und $R_S > 0$ setzen). Die erhaltenen Ergebnisse (inklusive Residuendarstellung und χ^2 -Test) sind zu diskutieren und zu bewerten. Für den Verlauf von $\varphi(f)$ können Sie (optional) versuchen, anhand der eben bestimmten Größen eine ausgleichende Funktion in die zugehörige Grafik mit einzufügen.
7. Anhand der bekannten Ergebnisse für die Spulen-Induktivität $L \pm u_L$ und die Kapazität $C \pm u_C$ des Keramik-Kondensators berechnen Sie die zu erwartende Resonanzfrequenz $f_{res} = \frac{\omega_{res}}{2\pi}$ für einen daraus aufgebauten Reihenschwingkreis, einschließlich der zugehörigen Unsicherheit.
8. In die Schaltung nach Abb. 6 wird nun eine Reihenschaltung aus Kondensator und Spule (also ein Reihenschwingkreis) als Messobjekt (etwas „komplexerer“ Zweipol) eingefügt. Unter ständiger Beobachtung des Oszilloskop-Bildschirms versuchen Sie nun, durch vorsichtiges Verstimmen des Signalgenerators die Resonanzfrequenz des Schwingkreises (die in der Umgebung von 700 Hz liegen sollte) aufzufinden: Gemäß den Vorbetrachtungen müssen Sie dafür ein Maximum des stromproportionalen Signals und eine Phasenverschiebung von $\varphi = 0$ auf dem Bildschirm beobachten. Notieren Sie sich diese Frequenz und vergleichen Sie das Ergebnis mit Ihrer Erwartung gemäß Aufgabe 7!
9. Am Oszilloskop schalten Sie nun (vorübergehend) vom normalen y-t- auf den sog. x-y-Betrieb um (Taste „x/y“ drücken). Sofern Sie nicht die Resonanz zufällig „ganz exakt getroffen“ haben, müssten Sie jetzt eine elliptische Lissajous-Figur wie in Abb. 7 sehen. Versuchen Sie, durch eine *sehr gefühlvolle* Einstellung des Drehknopfes am Generator die Resonanz (Ellipse wird zur Geraden) möglichst genau zu finden. Sofern Sie geschickt genug sind, können Sie die erreichbare Empfindlichkeit auch noch durch eine höhere Kanalverstärkung am Oszilloskop steigern. Die Resonanzfrequenz ist nach dieser Methode mit 6 Wiederholungen zu messen; daraus dann ein Mittelwert \bar{f}_{res} und die „zufallsbedingte“ (statistische) Unsicherheit $u_{f_{res}}$ zu bestimmen. Diese Werte sind zu vergleichen mit denen von Aufgabe 7 und zu diskutieren! Welchem der beiden Ergebnisse vertrauen Sie mehr und warum?
10. Genau bei der mithilfe der Lissajous-Figur eingestellten Resonanzfrequenz des Schwingkreises ist die Spannungsbilanz mit allen Teilspannungen zu untersuchen: Messen Sie für f_{res} mithilfe des TrueRMS-Digitalmultimeters als Effektivwerte nacheinander die Spannung am Generatorausgang U_{gen} , die am Präzisionswiderstand abfallende Spannung U_P , die an der Spule liegende Spannung U_{Spule} , die Spannung $U_{Kondensator}$ am Kondensator sowie die über dem Reihenschwingkreis (d.h. nur Kondensator und Spule in Reihe) abfallende Teilspannung $U_{Schwingkreis}$!
11. Prüfen Sie anhand dieser Messwerte nach, ob mit $U_{gen} = U_P + U_{Schwingkreis}$ die Spannungsbilanz für die Effektivwerte erfüllt ist (in den Grenzen der Unsicherheiten)! Prüfen Sie nach, ob betragsmäßig $U_{Kondensator} = U_{Spule}$ gilt und begründen Sie eine evtl. signifikante Differenz!

E4 WECHSELSTROMWIDERSTÄNDE UND REIHENSCHWINGKREIS

Was würden Sie hier physikalisch begründet erwarten? Berechnen Sie den Effektivwert der Resonanz-Stromstärke I_{res} mithilfe von $U_P = R_P \cdot I_{res}$ und ferner den (rein reellen!) Resonanz-Widerstand des Reihenschwingkreises (der gemäß Theorie mit R_S identisch sein sollte) aus den beiden Teilspannungen U_P und $U_{Schwingkreis}$ sowie dem genau bekannten Wert R_P ! Außerdem ist die Spannungsüberhöhung am Kondensator nach Formel (19) zu ermitteln, wobei wegen des eingefügten Präzisionswiderstandes aber anstelle von U_0 die Differenz $U_{gen} - U_P$ zu verwenden ist! Aus der gefundenen Überhöhung ist gemäß (19) wieder der Widerstand R_S zu berechnen!

12. Schalten Sie das Oszilloskop zurück in den normalen y-t-Betrieb. Im Frequenzbereich von 100 Hz bis 2 kHz ist der Scheinwiderstand $|Z(f)|$ und die Phase $\varphi(f)$ des aus Spule und Kondensator bestehenden Reihenschwingkreises näher zu untersuchen. Dabei wird wie bei den vorherigen Zweipol-Messungen systematisch vorgegangen und eine verwendbare Messwert-Tabelle angelegt. In der Umgebung der Ihnen nun bekannten Resonanzfrequenz f_{res} sollte vernünftigerweise eine *etwas kleinere* Schrittweite gewählt werden, um das zu erwartende Minimum $|Z(f)|_{min}$ und den steileren Verlauf von $\varphi(f)$ möglichst gut abbilden zu können. Dagegen kann die „Punktdichte“ in größerem Abstand von der Resonanz etwas geringer sein: etwa 30 Messpunkte insgesamt dürften völlig ausreichen.
13. Mit den für Aufgabe 12 aufgenommenen Messwerten sind die beiden charakteristischen Funktionen $|Z(f)|$ und $\varphi(f)$ für den Reihenschwingkreis im untersuchten Frequenzbereich (mit „Fehlerbalken“ grafisch darzustellen, wobei zweckmäßig wieder für beide Achsen eine *lineare* Skalierung zu verwenden ist. Beide Verläufe sind qualitativ zu beschreiben und physikalisch zu diskutieren. Die Abhängigkeit des Scheinwiderstandes $|Z(f)|$ ist durch das Modell nach Formel (15) zu beschreiben, das numerisch durch eine Regression mit Gewichtung angepasst wird. Als Startwerte für die Induktivität L , die Kapazität C und den Widerstand R_S können Sie Ihre schon bekannten Ergebnisse verwenden. **Achtung:** Das Konvergenzverhalten der numerischen Iterationsprozedur ist nun deutlich kritischer wegen dreier Parameter und der Vorzeichen! Ggf. sind als physikalisch begründbare Zusatzbedingungen z.B. $1\text{ H} > L > 0$, $150\text{ nF} > C > 0$ und $R_S > 0$ zu setzen. Manchmal ist es auch hilfreich, einzelne Parameter zeitweilig „festzuhalten“ und sich so schrittweise an die Lösung heranzutasten. Die erhaltenen Ergebnisse (inklusive Residuendarstellung und χ^2 -Test) sind zu diskutieren und zu bewerten. Für den Verlauf von $\varphi(f)$ können Sie ebenso versuchen, anhand der eben bestimmten Größen eine ausgleichende Funktion in die zugehörige Grafik mit einzufügen (optional).
14. Die von Ihnen in der bisherigen Auswertung bestimmten versuchsrelevanten physikalischen Größen sind gemeinsam in einer Tabelle (mit zugehörigen Unsicherheiten) darzustellen. Sofern Größen mit unterschiedlichen Methoden ermittelt wurden (das trifft mehrfach zu!), so sind sie auch kritisch zu vergleichen und auftretende Abweichungen unbedingt eingehender zu diskutieren. Das betrifft z.B. mit Sicherheit den Widerstand R_S der Spule, weil es mehrere Prozesse gibt, die zur Energiedissipation in der realen Spule beitragen! Bewerten Sie hier abschließend die im Versuch eingesetzten experimentellen Methoden hinsichtlich ihrer Eignung, Zuverlässigkeit und Messgenauigkeit! Was können Sie vorschlagen, um mit den vorhandenen Mitteln z.B. Kapazitäten bzw. Induktivitäten möglichst genau zu bestimmen?
15. Vergleichen Sie die wesentlichen Ergebnisse der Experimente mit den theoretischen Erwartungen: Wo finden Sie Übereinstimmungen und wo sehen Sie evtl. Probleme und Unstimmigkeiten? Was sind Ihre wesentlichen neuen Erkenntnisse?
16. Außerhalb jeglicher Bewertung: Was kann in diesem konkreten Versuch Ihrer Ansicht und Erfahrung nach künftig noch weiter verbessert werden und wie? Wenn Sie sich ggf. als „überfordert“ ansehen: Wo war das konkret der Fall und warum? Konstruktive Kritiken, Ideen und Vorschläge sind stets willkommen!