

## Physikalische Grundlagen

Grundbegriffe
Hauptebenen
Abbildungsgleichung
Abbildungsmaßstab
Bildkonstruktion

### 1. Definition der Hauptebenen

Bei dünnen Linsen kann die zweifache Brechung (Vorder- und Rückseite der Linse) durch eine einfache Brechung an der Mittelebene der Linse ersetzt werden. In dem Fall wird die Gegenstandsweite  $g$ , die Bildweite  $b$  und die Brennweite  $f$  von der Linsenmittelebene aus gemessen (Versuch O1). Mit diesen Festlegungen lautet die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (15.1)$$

Diese Vereinfachung ist bei dicken Linsen oder Linsensystemen nicht mehr anwendbar, weil die „Mittelebene“ und damit auch die Größen  $f$ ,  $g$  und  $b$  nicht mehr definiert sind. Man kann jedoch eine Definition dieser Größen derart vornehmen, dass die Abbildungsgleichung (Gl. (15.1)) gültig bleibt. Dazu führt man die so genannten Hauptebenen ein und reduziert die mehrfache Brechung der Strahlen auf die Brechung an diesen Ebenen. Eine einfache Hilfskonstruktion (Abb. 15.1) erläutert, wie man die mehrfache Brechung der Lichtstrahlen im Linsensystem formal durch eine einmalige Brechung ersetzen kann. Dazu zeichnet man zunächst die vom Gegenstand ausgehenden Strahlen bis zur gegenstandsseitigen Hauptebene  $H$ , wobei die Schnittpunkte  $a$  bis  $d$  entstehen. Diese werden durch eine Horizontalverschiebung auf die bildseitige Hauptebene  $H'$  abgebildet ( $a'$  bis  $d'$ ). An der Hauptebene  $H'$  erfolgt dann die Brechung nach den Gesetzen der geometrischen Optik. Dabei werden der gegenstandsseitige Parallelstrahl zum Brennpunktstrahl und der gegenstandsseitige Brennpunktstrahl zum Parallelstrahl. Aus dieser Vorschrift ergibt sich auch die Lage der Hauptebenen: die Schnittpunkte der gegenstandsseitigen Brennpunktstrahlen mit den bildseitigen Parallelstrahlen spannen die gegenstandsseitige Hauptebene  $H$  auf und entsprechend die Schnittpunkte der gegenstandsseitigen Parallelstrahlen mit den bildseitigen Brennpunktstrahlen die bildseitige Hauptebene  $H'$ . Befindet sich ein Gegenstand in der Hauptebene  $H$ , so wird er aufrecht und in gleicher Größe in der Hauptebene  $H'$  abgebildet. Diese Eigenschaft der Abbildung kann nach Gauß zur Definition der Hauptebenen dienen. Die Lage der Hauptebenen hängt von

den Abbildungseigenschaften des Linsensystems ab; sie können innerhalb oder außerhalb des Linsensystems liegen und vertauscht sein.

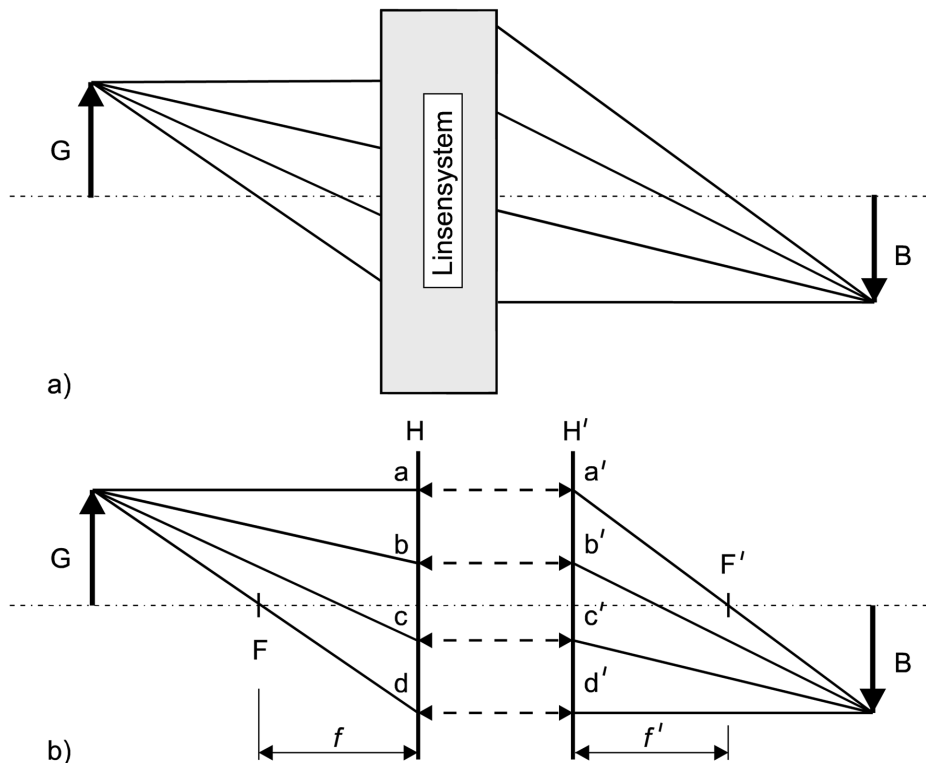


Abbildung 15.1: Definition der Hauptebenen

## 2. Hauptebenen- und Bildkonstruktion

Die Hauptebenen können nur aus dem konkreten Strahlenverlauf in einem Linsensystem ermittelt werden. Für ein Linsensystem, das (z. B.) aus einer dünnen Zerstreuung- und einer dünnen Sammellinse besteht, wird aus dem wahren Strahlengang im System, den man aus der Brechung an den Einzellinsen gewinnt, die Lage der Hauptebenen konstruiert (Abb. 15.2). Man erhält sie, wie oben erläutert, aus den Schnittpunkten der einfallenden und ausfallenden Strahlen. Mit der Kenntnis der Lage der Hauptebenen und der Brennpunkte ist eine einfache Bildkonstruktion möglich (Abb. 15.3). Die Bildkonstruktion führt man -wie bei dünnen Linsen- zweckmäßigerweise mit Hilfe zweier der drei Hauptstrahlen (Brennpunkt-, Parallel-, Mittelpunktstrahl) aus. Die vom Gegenstand ausgehenden Strahlen werden bis zur gegenstandsseitigen Hauptebene  $H$  gezeichnet und dann, um den Raum zwischen  $H$  und  $H'$  versetzt, an  $H'$  gebrochen. Es muss aber ausdrücklich betont werden, dass die Brechung der Lichtstrahlen an den Hauptebenen nur eine sehr praktische, für beliebig komplizierte Linsensysteme anwendbare Hilfskonstruktion darstellt und mit dem wirklichen Strahlengang nicht übereinstimmt. Wie die Brennweite werden auch die Gegenstands- und Bildweite von der jeweiligen Hauptebene aus gemessen. Unter dieser Voraussetzung gilt (Gl. (15.1)).

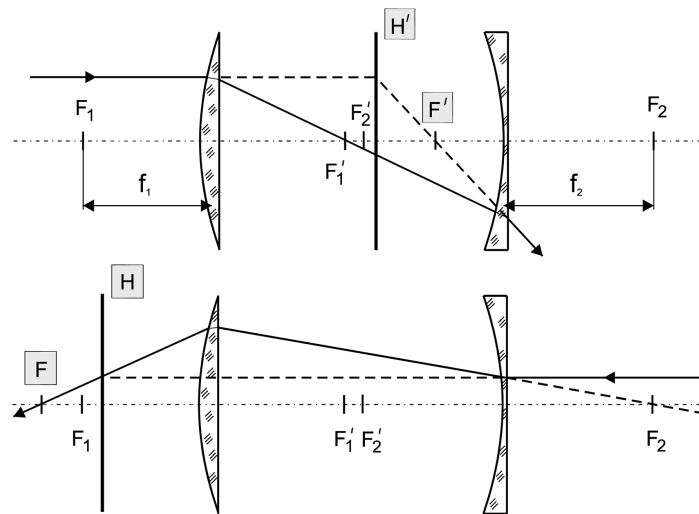


Abbildung 15.2: Hauptebenenkonstruktion

### 3. Methode nach Abbe

Experimentell kann die Brennweite  $f$  und die Lage der Hauptebenen  $H$  und  $H'$  nach dem Verfahren nach Abbe ermittelt werden. Aus der Abbildungsgleichung (Gl. (15.1)) ergibt sich mit dem Abbildungsmaßstab  $\gamma = B/G = b/g$  die Beziehung

$$g = f \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right). \quad (15.2)$$

Da die Lage von  $H$  nicht bekannt ist, kann  $g$  nicht gemessen werden. Wir wählen deshalb für die Messung als vorläufigen Bezugspunkt eine willkürliche Kante  $K$  am Linsensystem und benutzen die in Abb. 15.4 angegebenen Bezeichnungen. Die Abstände  $c$  und  $c'$  der Kante  $K$  von den Hauptebenen können sowohl negativ als auch positiv sein. In Abb. 15.4 sind  $c$  und  $c'$  positiv. Negatives Vorzeichen bedeutet, dass  $H$  bzw.  $H'$  auf der anderen Seite von  $K$  liegen. Der Abstand Gegenstand-Kante  $x = g + c$  kann gemessen werden. Damit folgt aus Gl. (15.2)

$$x = f \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right) + c. \quad (15.3)$$

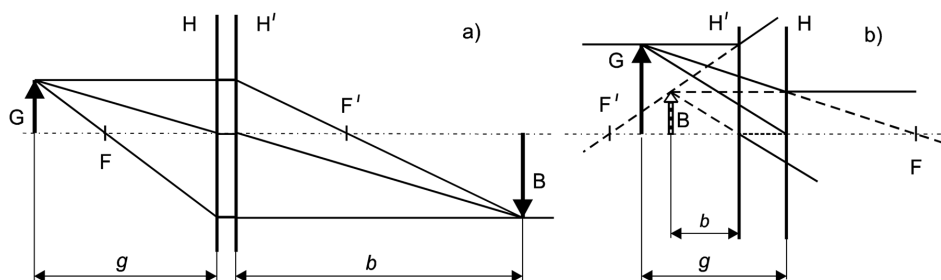


Abbildung 15.3: Bildkonstruktion a) sammelndes, b) zerstreues System

Aus der Abhängigkeit  $x$  als Funktion von  $1+1/\gamma$  können  $f$  und  $c$  bestimmt werden. Wird das ganze Linsensystem um  $180^\circ$  gedreht, so vertauschen die beiden Hauptebenen ihre Lage. Nimmt man zur Ablesung die gleiche Marke  $K$  wie vorher, dann ist der Abstand Gegenstand-Kante jetzt  $x' = g' + c'$ . Aus der zur Gl. (15.3) analogen Gleichung

$$x' = f \left( 1 + \frac{1}{\gamma'} \right) + c' \quad (15.4)$$

können diesmal  $f$  und  $c'$  bestimmt werden. Der Hauptebenenabstand ergibt sich aus

$$a = c + c'. \quad (15.5)$$

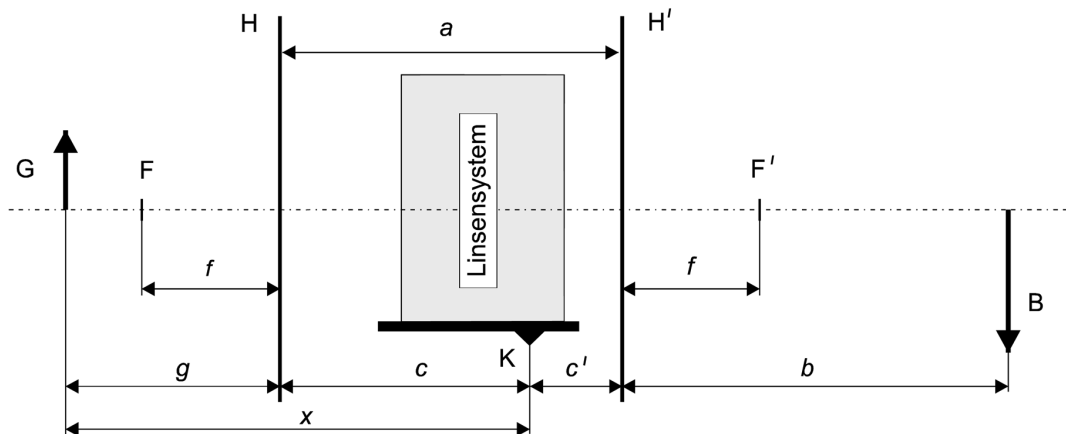


Abbildung 15.4: Methode nach Abbe

## Aufgaben

1. Die Brennweiten zweier Linsen eines Linsensystems sind nach der Bessel-Methode (Linse Nr. 2) und mittels Messungen mit dem Sphärometer (Linse Nr. 3) zu bestimmen.
2. Für das Linsensystem sind nach der Methode nach Abbe die Brennweite  $f$ , der Hauptebenenabstand  $a$  und die Lage der Hauptebenen zu bestimmen.
3. Mit den aus Aufgabe 1 ermittelten Brennweiten der Einzellinsen konstruiere man die Hauptebenen und die Brennpunkte des Linsensystems (Maßstab 1:2) und vergleiche die Ergebnisse mit denen der Aufgabe 2.

## Versuchsdurchführung

Aufgabe 1: Die Bestimmung der Brennweiten der Einzellinsen nach Bessel und mit dem Sphärometer ist in der *Anleitung zum Versuch O1* (Dünne Linsen) beschrieben.

Für Aufgabe 2 werden die Linsen in der vom Assistenten vorgegebenen Weise auf dem Reiter befestigt. Der Linsenabstand  $d$  ist damit festgelegt. Der Gegenstand (beleuchtete mm-Skala) wird durch das Linsensystem auf den Schirm projiziert. Zur Bestimmung des Abbildungsmaßstabes  $\gamma$  sind auf dem Schirm zwei horizontale Strichmarken im Abstand von  $(20.0 \pm 0.5)$  mm angebracht. Bei verschiedenen Abständen des Linsensystems vom Gegenstand wird der Schirm so lange verschoben, bis ein scharfes Bild der Skala entsteht. Man bestimme  $\gamma$  für 10 verschiedene Abstände, wobei sich  $\gamma$  in den Grenzen  $1 \leq \gamma \leq 6$  bewegen soll.

Danach drehe man das Linsensystem mit Montagefuß um  $180^\circ$  und wiederhole die Messungen zur Bestimmung von  $x'$  und  $\gamma'$ . Es ist darauf zu achten, dass immer dieselbe Kante des Montagefußes benutzt wird. Die Auswertung der gemessenen Abhängigkeiten  $x$  als Funktion von  $1 + 1/\gamma$  (Gl. (15.3)) und  $x'$  als Funktion von  $1 + 1/\gamma'$  (Gl. (15.4)) kann zweckmäßig durch Geradenausgleich (grafisch oder besser mit einem geeigneten PC-Programm, z.B. „GERA“) erfolgen.

## Fragen

1. Welche Lage haben die Hauptebenen im Fall einer dünnen Linse?
2. Was ist zu beachten, wenn ein Immersionssystem vorliegt?
3. Welche Verfahren zur Brennweitenmessung kennen Sie?
4. Wie misst man zweckmäßig die Brennweite einer Zerstreuungslinse?