
O8 Fraunhofersche Beugung

Physikalische Grundlagen

Grundbegriffe
Huygens-Fresnelsches Prinzip
Interferenz
Beugungsordnungen
Auflösungsvermögen
Laser

Zum Verständnis des Entstehens optischer Abbildungen ist die geometrische Optik (Versuche O1 und O10) allein nicht ausreichend. Erst unter Hinzunahme von Beugung und Interferenz auf der Grundlage des Wellenbildes für die Lichtausbreitung können die Bildentstehung und für die Praxis so wichtige Fragen wie das Auflösungsvermögen optischer Geräte richtig erklärt werden. Wesentlich für die Deutung der Beugungserscheinungen ist das Huygens-Fresnelsche Prinzip. Zum näheren Studium der Beugung eignen sich speziell geformte Hindernisse, welche zu besonders eindrucksvollen Beugungsbildern führen.

1. Einfachspalt

Trifft paralleles Licht senkrecht auf einen Schirm, in dem sich ein Spalt der Breite b befindet, so findet man hinter dem Schirm in einer zu Schirm und Spalt parallelen Ebene eine Intensitätsverteilung des gebeugten Lichtes $I_S(\alpha)$ gemäß

$$I_S(\alpha) \sim \left[\frac{\sin(\varphi_S/2)}{\varphi_S/2} \right]^2 \quad \text{mit} \quad \varphi_S = \frac{2\pi b \sin \alpha}{\lambda}. \quad (14.1)$$

Hierbei ist α der Beobachtungswinkel gegen die Geradeausrichtung und λ die Lichtwellenlänge. Abb. 14.1a zeigt diese Verteilung. Symmetrisch zum Hauptmaximum in Geradeausrichtung liegen in der Intensität stark abnehmende Nebenmaxima. Die dazwischenliegenden Minima sind deutlich schmaler und deshalb leichter zu lokalisieren als die benachbarten Maxima. Zählt man diese Minima von der Mitte beginnend fortlaufend ($k = 1, 2, \dots$), so erhält man aus den Nullstellen von Gl. (14.1) für die Winkel α_k , unter denen die Minima in Bezug auf die Geradeausrichtung auftreten,

$$\sin \alpha_k = k \cdot \frac{\lambda}{b} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (14.2)$$

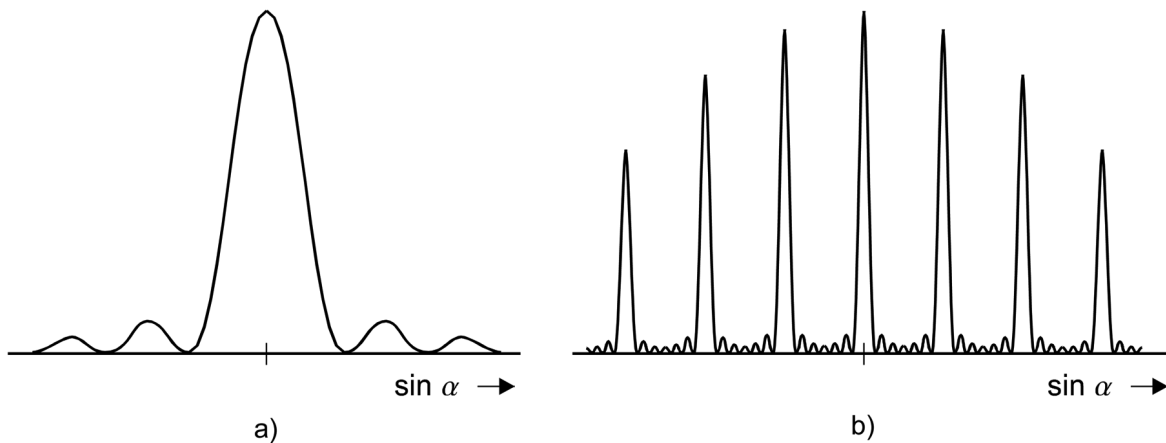


Abbildung 14.1: Beugungsfiguren an a) Spalt und b) Gitter

2. Gitter

Lässt man paralleles Licht senkrecht auf ein optisches Gitter auffallen, so beobachtet man Beugungserscheinungen, welche durch Überlagerung der Beugungserscheinungen an den Einzelspalten entstehen. Die Vielstrahlinterferenz der Strahlen aus allen N beleuchteten Spalten, welche voneinander den gleichen Abstand g (Gitterkonstante) haben, führt zur Intensitätsverteilung

$$I \sim I_S(\alpha) \cdot \left[\frac{\sin(N\varphi_G/2)}{\sin(\varphi_G/2)} \right]^2 \quad \text{mit} \quad \varphi_G = \frac{2\pi g \sin \alpha}{\lambda}. \quad (14.3)$$

Abb. 14.1b zeigt diese Verteilung für ein Gitter mit 7 Spalten. Die Lage der Hauptmaxima folgt aus den Maximalwerten N^2 des zweiten Faktors in Gl. (14.3) für die Beugungswinkel

$$\sin \alpha_k = k \cdot \frac{\lambda}{g} \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (14.4)$$

Zwischen den Hauptmaxima befinden sich $N - 2$ Nebenmaxima, welche mit wachsendem N immer flacher werden und bei den in der Optik benutzten Gittern praktisch unsichtbar sind. Die Hauptmaxima hingegen werden wegen $I \sim N^2$ (nach Gl. (14.3)) mit wachsendem N immer höher und schmaler.

3. Lochblende

Fällt paralleles Licht senkrecht auf eine Lochblende, so entsteht als Beugungsfigur eine Anordnung konzentrischer Ringe mit einem ausgeprägten zentralen Maximum. Bezeichnet man mit I_0 die Maximalintensität und mit α wieder den Beobachtungswinkel gegen die Geradeausrichtung, so ergibt sich die Intensitätsverteilung nach der Formel

$$I = I_0 \left[\frac{J_1(\theta/2)}{\theta/4} \right]^2 \quad \text{mit} \quad \theta = \frac{2\pi B \sin \alpha}{\lambda}. \quad (14.5)$$

Hierbei ist J_1 die Besselfunktion 1. Ordnung und B der Blendendurchmesser. Aus den Nullstellen der Besselfunktion 3.832, 7.016, 10.173, 13.324, 16.471, ... erhält man die Lage der Minima. Für den Winkelabstand α zwischen der Geradeausrichtung und dem 1. Minimum, welcher wesentlich für das Auflösungsvermögen optischer Geräte ist, folgt daraus

$$\sin \alpha = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{B}. \quad (14.6)$$

4. Auflösungsvermögen optischer Geräte

Das Auflösungsvermögen vergrößernder optischer Geräte wie z. B. Fernrohr und Mikroskop wird grundsätzlich durch die Beugung des einfallenden Lichtes an den kreisförmigen Objektivrändern begrenzt. Die Abbildung eines selbstleuchtenden Punktes erfolgt nicht als Punkt, sondern als ein helles Beugungsscheibchen, welches von Beugungsringen umgeben ist, deren Intensität in radialer Richtung stark abnimmt. Zwei Objektpunkte können getrennt wahrgenommen werden, wenn ihre Beugungsscheibchen mit dem Durchmesser D in der Bildebene einen Mindestabstand vom halben Scheibchendurchmesser haben (Abb. 14.2).

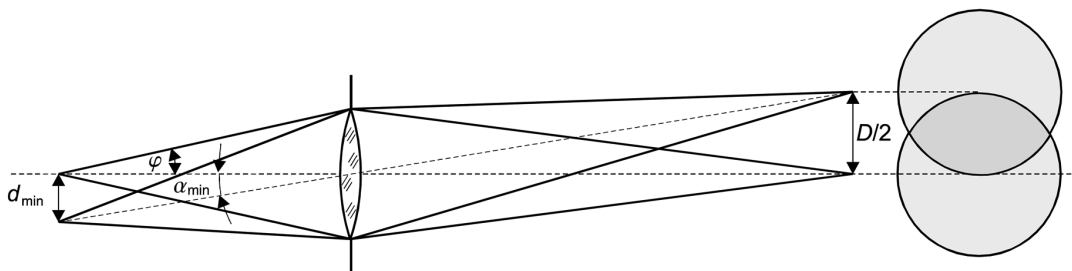


Abbildung 14.2: Zum Auflösungsvermögen optischer Geräte

Nimmt man für den Scheibchenradius den Abstand zwischen dem Intensitätsmaximum der zu einem Objektpunkt gehörenden Beugungsfigur und dem ersten Intensitätsminimum an, so folgt für den kleinsten auflösbaren Winkelabstand der Objektpunkte nach Gl. (14.6) näherungsweise $\alpha_{\min} = 1.22\lambda/B$ (B ist der Objektivdurchmesser). Für das Mikroskop, bei welchem das Objekt näherungsweise in der vorderen Brennebene des Objektivs liegt, folgt aus diesen Überlegungen ein Mindestabstand der Punkte in der Objektebene von

$$d_{\min} \approx f \cdot \alpha_{\min} \approx 1.22f \frac{\lambda}{B}. \quad (14.7)$$

Hieraus lässt sich abschätzen, dass man Objektstrukturen nicht mehr auflösen kann, wenn die Abstände kleiner als die Wellenlänge des benutzten Lichtes werden. Eine Berechnung des Auflösungsvermögens des Mikroskops auf dieser Grundlage wurde zuerst von H. v. Helmholtz angegeben.

Zu einem quantitativ sehr ähnlichen Ergebnis für das Mikroskop, bei welchem das Objekt normalerweise nicht selbst leuchtet, gelangte E. Abbe im Rahmen seiner Theorie der Bildentstehung für periodische Objekte. Danach ist die notwendige Voraussetzung für die Ähnlichkeit von Bild und Objekt, dass bei der Annahme senkrechter Beleuchtung des Objektes mit parallelem Licht außer der 0. mindestens die 1. Ordnung des am Objekt gebeugten Lichtes in das Objektiv gelangt.

Die Abbildung wird umso getreuer, je mehr Ordnungen zu ihr beitragen. Benutzt man nach Abbe als Objekt ein Gitter (Versuch O4) mit der Gitterkonstanten g , so folgt bei Nutzung der 0. und 1. Ordnung aus Gl. (14.4) als kleinster auflösbarer Spaltabstand

$$g_{\min} = \frac{\lambda}{n \sin \varphi}. \quad (14.8)$$

Hierbei ist $n \sin \varphi$ die numerische Apertur mit n als Brechungsindex des Mediums zwischen Objekt und Objektiv und φ als halber Öffnungswinkel des Objektivs in Bezug auf einen Objektpunkt (Abb. 14.2).

Aufgaben

1. Justierung des Laserstrahls
2. Bestimmung der Wellenlänge des Laserlichtes mit einem Strichgitter aus der Lage der Beugungsmaxima nach Gl. (14.4).
3. Ausmessen der Breite eines Spaltes aus dem Abstand der Beugungsminima nach Gl. (14.2).
4. Überprüfung der Abbeschen Formel für das Auflösungsvermögen des Mikroskops nach Gl. (14.8).
5. Messung der relativen Intensitätsverteilung des Beugungsbildes hinter einer Lochblende und Vergleich mit der Theorie nach Gl. (14.5).

Versuchsdurchführung

ACHTUNG ! Da der Laser auf Grund seiner hohen Leistungsdichte eine intensive Strahlungsquelle darstellt, sollten Sie es unbedingt vermeiden, in den ungeschwächten Laserstrahl bzw. in gerichtete Reflexionen direkt hineinzuschauen.

Am Versuchsplatz stehen ein Helium-Neon-Laser, ein Strichgitter (Gitterkonstante $g = 10^{-5}$ m), ein Spalt, eine Lochblende, eine Sammellinse (Brennweite $f = 7.8$ cm) mit Abblendschiebern, eine verstellbare Spaltblende, ein Fotodetektor, eine Zylinderlinse und ein Beobachtungsschirm zur Verfügung. Für alle Aufgaben soll die Länge von 2 m der optischen Bank sinnvoll ausgenutzt werden. Da der Laser für eine ausreichend stabile Leistungsabgabe eine Einlaufzeit von mindestens 2 Stunden benötigt, muss Aufgabe 5 zuletzt ausgeführt werden.

Für Aufgabe 1 (Justierung). Die optische Achse der jeweiligen Aufbauten verläuft parallel zur optischen Bank. Bei guter Justierung lässt sich die Lochblende über eine Strecke von mindestens 1 m verschieben, ohne dass der Lichtpunkt des Lasers merklich aus der Lochmitte auswandert.

Für Aufgabe 2 wird der Abstand zwischen dem 0. und dem 2. Beugungsmaximum auf dem Schirm ausgemessen.

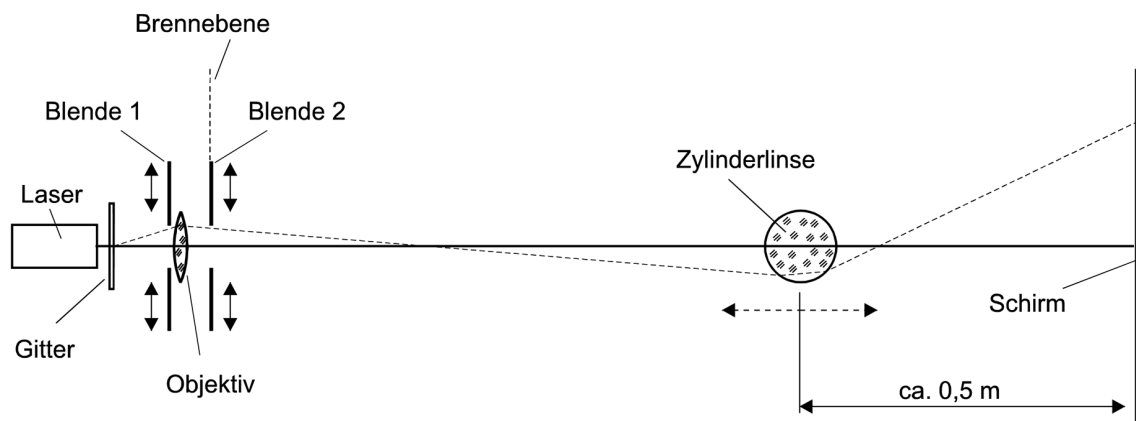


Abbildung 14.3: Aufbau für Aufgabe 4

Für Aufgabe 3 muss die Justierung des fest eingestellten Spaltes sehr sorgfältig erfolgen. Wenn er gut ausgeleuchtet ist, sehen Sie auf dem Schirm symmetrisch zum Zentralbild gleiche Intensitäten und deutliche Minima bis zu hohen Ordnungen (größer 10).

Den prinzipiellen Aufbau für Aufgabe 4 zeigt Abb. 14.3 in der Draufsicht. Die Gegenstandsweite wird wenig größer als die Objektivbrennweite eingestellt und die Blenden werden vollständig geöffnet. Durch die Zylinderlinse erreicht man eine ausreichende Vergrößerung auf der relativ kurzen Bank. Zur Illustration dieser Wirkung ist in Abb. 14.3 ein Strahl als gestrichelte Linie eingezeichnet. Bei alternativ geschlossenen Blenden sind die Beugungsordnungen auf diesen als helle Leuchtflecke deutlich zu sehen. Die in Gl. (14.8) enthaltene Grundaussage gilt als bestätigt, wenn durch schrittweise Ausblendung der an der Abbildung beteiligten Ordnungen *entweder* an Blende 1 *oder* an Blende 2 die Bildstruktur verschwindet, wenn weniger als mindestens zwei Ordnungen zur Abbildung beitragen. Überzeugen Sie sich, dass dies für beliebige Ordnungen gilt, insbesondere, dass auch ohne die nullte Ordnung eine Abbildung erreichbar ist.

Für Aufgabe 5 wird zunächst der Blendendurchmesser mit einem Mikroskop ausgemessen. Zur Ausmessung des Beugungsbildes steht als Detektor eine Fotodiode mit einem 0.3 mm breiten Eintrittsspalt zur Verfügung. Die Fotospannung hat am Eingangswiderstand eines Gleichstromverstärkers einen Stromfluss zur Folge, der der auffallenden Lichtintensität proportional ist. Die transversale Detektorposition ist über einen Stelltrieb auf ein hundertstel Millimeter genau einstellbar. Der Abstand zwischen Lochblende und Eintrittsspalt soll 1500 mm betragen. Beginnen Sie die Messungen nahe dem Zentrum und bewegen Sie den Detektor dann mit der von Ihnen gewählten Schrittweite *über das Zentrum* soweit nach außen, dass außer dem Zentrum wenigstens 4 weitere Ordnungen erfasst werden. Als Schrittweite wird empfohlen: 0.5 mm an den Arbeitsplätzen 1 und 2 und 0.25 mm an den Plätzen 3 und 4. Überprüfen Sie, ob die Messwerte wegen der vorhandenen Grundhelligkeit korrigiert werden müssen. Die theoretische Intensitätsverteilung kann mit dem PC-Programm „Beugung“ berechnet und ausgedruckt werden, wobei die speziellen Versuchsparameter Blendendurchmesser, Abstand Blende-Detektor und die x -Koordinate des gemessenen nullten Maximums einzugeben sind. Für die grafische Darstellung steht das halblogarithmische Koordinatenpapier Nr. 495 zur Verfügung.

Fragen

1. Was besagt das Huygens-Fresnelsche Prinzip?
2. Was besagt das Babinetsche Theorem?
3. Welche Zusammenhänge gibt es zwischen der Leistungsfähigkeit optischer Instrumente und der Lichtbeugung?