

# M12 SAITENSCHWINGUNG

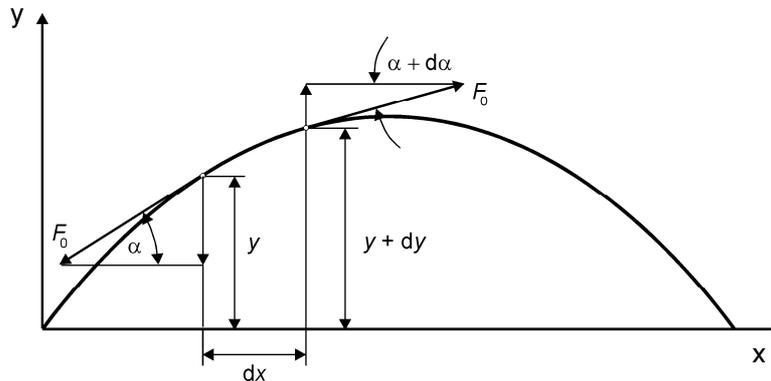
## PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN

**Wichtige Grundbegriffe:** Stehende Wellen, Wellengleichung, Grund- und Oberschwingung, Eigenfunktionen und Eigenwerte, Fourieranalyse und -synthese

**1. Saitenschwingung:** Unter einer Saite versteht man einen elastischen Körper, der in seinen Querabmessungen auf die unmittelbare Umgebung der neutralen Faser reduziert ist, so dass er einer Biegung keinen Widerstand entgegengesetzt. Experimentell realisiert man die Saite z.B. durch einen dünnen Metalldraht. Die Ruhelage eines Stabes ist aufgrund der elastischen Kräfte im Material räumlich fixiert, wenn er in einer Stelle eingespannt ist. Dagegen ist die Ruhelage einer Saite erst definiert, wenn sie an beiden Enden fest eingespannt ist und eine axiale Normalspannung  $\sigma = F_0 / A$  (Zugkraft  $F_0$ , Querschnitt  $A$ ) wirkt. Lenkt man eine Saite aus ihrer Ruhelage aus (durch Streichen oder Zupfen), so treten rücktreibende Kräfte auf, und die Saite kehrt in Form einer gedämpften longitudinalen und transversalen Schwingung in ihre Ruhelage zurück.

Im vorliegenden Versuch beobachtbar und für die Akustik der Saiteninstrumente interessant sind nur die transversalen Schwingungen.

**2. Differentialgleichung einer schwingenden Saite:** Zur Ableitung der Bewegungsgleichung einer ungedämpft schwingenden Saite wird vorausgesetzt, dass die Bewegung in der x-y-Ebene (Abb. 1) erfolgt und der Einfluss der Schwerkraft vernachlässigt werden kann. Eine Saite der Länge  $l$ , des Querschnittes  $A$  und der Massendichte  $\rho$  bzw. der linearen Massendichte  $\mu = A \cdot \rho$  wird durch die Kraft  $F_0$  gespannt.



**Abb. 1** Ableitung der Wellengleichung

Wird die Saite transversal ausgelenkt (Abb. 1), so wirkt auf das Saitenelement  $dx$  die rücktreibende resultierende Kraft

$$dF = F_0 \sin(\alpha + d\alpha) - F_0 \sin \alpha. \quad (1)$$

Es gilt näherungsweise  $\sin \alpha \approx \alpha \approx \tan \alpha \approx \frac{\partial y}{\partial x}$  und  $\sin(\alpha + d\alpha) \approx \alpha + d\alpha \approx \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx$  für

kleine Auslenkungen der Saite, man erhält

$$dF = F_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx. \quad (2)$$

Diese Kraft führt zu einer Beschleunigung des Massenelementes  $dm = \rho A dx = \mu dx$  und es folgt mit der Newtonschen Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{F_0}{\mu} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (3)$$

## M12 SAITENSCHWINGUNG

Diese Differentialgleichung zeigt, dass die Transversalschwingungen entgegen möglicher Vermutung eben nicht von der Elastizität, sondern nur von der Spannkraft  $F_0$  und der linearen Massendichte  $\mu$  der Saite abhängen. Das Ergebnis war aber zu erwarten, da die mit der Auslenkung verbundene Längsdehnung von  $dx$  vernachlässigt wurde. Mit einer erweiterten Herleitung kann gezeigt werden, dass die Dehnung und damit die durch den Elastizitätsmodul  $E$  beschriebene Elastizität die Ursache für die ebenso auftretenden Longitudinalschwingungen ist, die einer der Formel (3) sehr ähnlichen Bewegungsgleichung genügen:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}. \quad (4)$$

Die Größe  $\xi$  kennzeichnet hier die Auslenkung der Massenelemente in der  $x$ -Richtung.

**3. Diskussion der Wellengleichung:** Die Bewegungsgleichungen (3) und (4) der Saite sind Spezialfälle der allgemeinen eindimensionalen Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (5)$$

Diese Wellengleichung wird gelöst durch alle Funktionen  $u(x,t) = f(x \pm ct)$ , die zweimal nach  $x$  und  $t$  differenzierbar sind. Wählt man einen bestimmten Argumentwert  $a_1 = x + ct = \text{const}$  der Lösung  $u$  der Wellengleichung, so folgt nach Differentiation

$$\frac{da_1}{dt} = 0 = \frac{d}{dt}(x + ct) = \frac{dx}{dt} + c, \text{ d. h. der betrachtete Argumentwert } a_1 \text{ breitet sich mit der}$$

Geschwindigkeit  $\frac{dx}{dt} = -c$  in Richtung der negativen  $x$ -Achse aus. Das negative Vorzeichen

im Lösungsansatz ergibt eine Ausbreitung in Richtung der positiven  $x$ -Achse.  $c$  ist nicht die Geschwindigkeit eines Körpers, sondern eines physikalischen Zustandes, d.h. des Argumentwertes  $a_1$ . Man bezeichnet  $(x \pm ct)$  als die Phase und  $c$  als die Phasengeschwindigkeit der sich ausbreitenden Welle. Durch Koeffizientenvergleich von (3) bzw. (4) erhält man für die Phasengeschwindigkeit der Transversal- bzw. Longitudinalwelle der schwingenden Saite

$$c^{\text{trans}} = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}} \text{ bzw. } c^{\text{long}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (6)$$

**4. Lösung für stehende Wellen:** Um die Bewegung einer ungedämpft schwingenden Saite zu beschreiben, benötigt man eine Lösung der Wellengleichung (5), die auch die experimentell gegebenen Randbedingungen erfüllt. Die Randbedingungen für die eingespannte Saite sind

$$\text{für alle } t \quad u(0,t) = u(l,t) = 0. \quad (7)$$

Die Anfangsbedingung ( $t = 0$ ) sei so gewählt, dass die Saite durch die Ruhelage schwingt:

$$\text{für } t = 0 \quad u(x,0) \equiv 0 \text{ und } \frac{du(x,0)}{dt} \neq 0. \quad (8)$$

Betrachtet man in Richtung der  $x$ -Achse zwei sich entgegengesetzt ausbreitende harmonische Wellen in der Form  $u_1(x,t) = A \cos(\omega t - \omega \frac{x}{c})$  und  $u_2(x,t) = A \cos(\omega t + \omega \frac{x}{c})$ , so erfüllen sie zwar beide die Wellengleichung, aber nicht die Rand- und Anfangsbedingung. Die Wellengleichung ist eine lineare Differentialgleichung, deshalb ist auch jede Linearkombination aus  $u_1$  und  $u_2$  eine Lösung der Wellengleichung, also auch

$$u = u_1 - u_2 = 2A \sin \omega t \cdot \sin \omega \frac{x}{c}. \quad (9)$$

Diese Lösung erfüllt die Anfangsbedingung  $u(x,0) = 0$ . Die zugehörigen Randbedingungen

$$u(0,t) = 2A \sin \omega t \cdot \sin \omega \frac{0}{c} = 0 \text{ und } u(l,t) = 2A \sin \omega t \cdot \sin \omega \frac{l}{c} = 0 \text{ sind für die Frequenzen}$$

## M12 SAITENSCHWINGUNG

$$\omega_n = 2\pi f_n = 2\pi \frac{c}{2l} n \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

der schwingenden Saite erfüllt.

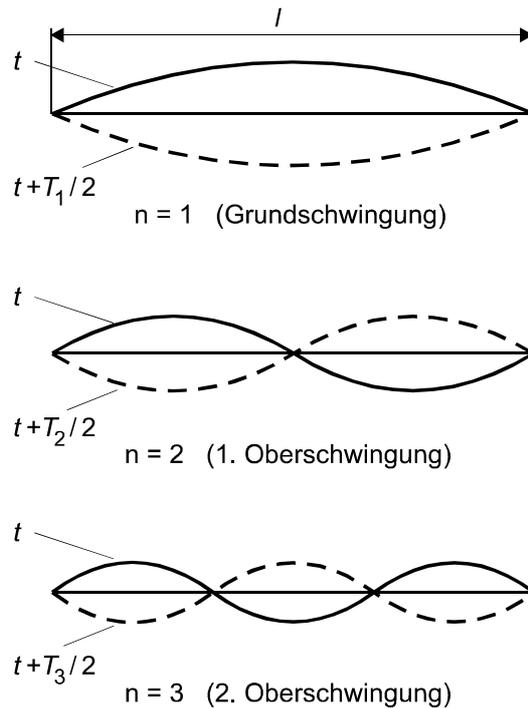
Aufgrund dieses Lösungsansatzes kann man die Schwingungsform der Saite als die Superposition zweier entgegengesetzt laufender Wellen gleicher Frequenz auffassen, wobei aufgrund der Randbedingungen aber nicht mehr jede Kreisfrequenz, sondern gemäß (10) nur noch eine diskrete Folge möglich ist. Für die Transversal- bzw. Longitudinalschwingung ergeben sich mit (6) die Eigenfrequenzen

$$f_n^{\text{trans}} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F_0}{\mu}} \quad \text{bzw.} \quad f_n^{\text{long}} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

Setzt man die möglichen Kreisfrequenzen (10) in die Lösung (9) ein, so erhält man

$$u_n = A_n \sin\left(n \frac{\pi}{l} c t\right) \cdot \sin\left(n \frac{\pi}{l} x\right) \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Betrachtet man diese Lösung für ein festes  $n$ , so sieht man, dass alle Punkte der Saite phasengleich mit der Amplitude  $A_n \sin\left(n \frac{\pi}{l} x\right)$  schwingen. Die Darstellung der Amplitudenverteilung (Abb. 2) zeigt den Schwingungszustand für einen Zeitpunkt  $t$  maximaler Saitenauslenkung (ausgezogene Linie) und die entgegengesetzte Auslenkung zum Zeitpunkt  $t' = t + T_n/2 = t + 1/2f_n$  (gestrichelt).



**Abb. 2 Amplitudenverteilung für verschiedene  $n$ -Werte**

Zwischen diesen beiden Zuständen schwingt die Saite mit den Frequenzen  $f_n$ . Da die Nulldurchgänge (so genannte *Schwingungsknoten*) und die Orte maximaler Auslenkung (*Schwingungsbäuche*) ihre räumliche Lage beibehalten, spricht man von einer *stehenden Welle*. An den Einspannstellen entstehen immer Knoten, d. h. die Wellen erleiden bei der Reflexion an den Einspannstellen einen Phasensprung von  $\pi$ . Die Wellenlänge der stehenden Welle ergibt sich wegen  $c = \lambda_n f_n$  und (10) zu

## M12 SAITENSCHWINGUNG

$$\lambda_n = \frac{2l}{n} \text{ mit } n = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

Wenn auch die Wellenlängen der Transversal- und Longitudinalwellen für die gleiche Eigenschwingung übereinstimmen, so sind doch ihre Frequenzen (Gl. (11)) sehr unterschiedlich. Wegen  $E \gg F_0/A$  ist die Frequenz der Longitudinalwellen deutlich größer als die der Transversalwellen. Im Versuch können auch nur die Transversalwellen beobachtet werden.

Im Praktikumsversuch wird eine Saite durch eine (näherungsweise) harmonische Kraft zu erzwungenen Schwingungen angeregt, so dass bei schwacher Dämpfung der Saite Resonanzen auftreten, wenn mit einer der Eigenfrequenzen angeregt wird; die auftretenden großen Amplituden bei Resonanz sind gut zu beobachten.

**5. Lösung mit Eigenfunktionen:** Zur Lösung partieller Differentialgleichungen wird häufig die „Separation der Variablen“ gewählt, die hier wegen ihrer häufigen Anwendung in der Physik (Quantenmechanik) ergänzend dargestellt wird. Nimmt man an, die Lösung der Wellengleichung  $u(x,t)$  lässt sich als Produkt zweier Funktionen

$$u(x,t) = v(x) w(t) \quad (14)$$

darstellen, die jeweils nur von der Variablen  $x$  bzw.  $t$  abhängen, so wird aus der Wellengleichung  $v(x) \cdot \frac{d^2 w}{dt^2} = c^2 w(t) \cdot \frac{d^2 v}{dx^2}$  oder  $\frac{1}{v(x)} \frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{1}{c^2 w(t)} \frac{d^2 w}{dt^2}$ . Da in der letzten

Gleichung die linke Seite nur eine Funktion von  $x$  und die rechte Seite nur eine Funktion von  $t$  ist, kann die Gleichung nur dann für alle  $t$  gelten, wenn beide Seiten gleich einer Konstanten sind, die zweckmäßigerweise mit  $-k^2$  bezeichnet wird. Aus der Wellengleichung (5), einer partiellen Differentialgleichung, werden damit zwei gewöhnliche Differentialgleichungen

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = -k^2 v(x) \quad \text{und} \quad \frac{d^2 w}{dt^2} = -k^2 c^2 w(t). \quad (15)$$

Die Differentialgleichung für  $v(x)$  wird für jedes  $k$  durch die Funktionen  $\cos(kx)$  und  $\sin(kx)$  gelöst, so wie auch durch jede Linearkombination aus ihnen. Die Lösung erfüllt aber die Randbedingungen  $v(0) = v(l) = 0$  gemäß (7) nur für bestimmte, diskrete  $k$ -Werte. Wenn die Lösung die Form  $v(x) = a_n \sin(k_n x)$  hat, ergeben sich die möglichen  $k$ -Werte zu

$$k_n = n \frac{\pi}{l} \text{ mit } n = 1, 2, 3, \dots \quad (16)$$

Diese durch die Randbedingung festgelegten  $k$ -Werte heißen *Eigenwerte* und die dazugehörigen Lösungen die *Eigenfunktionen* des Schwingungsproblems. Mit den möglichen  $k$ -Werten ergibt sich für die Differentialgleichung für  $w(t)$  der Lösungsansatz  $w(t) = C_n \cos(k_n ct) + D_n \sin(k_n ct)$ , woraus sich die *Eigenfrequenzen*

$$f_n = \frac{c}{2l} n \quad (17)$$

in Übereinstimmung mit (10) ergeben. Mit dem Ansatz (14) zur Separation der Variablen können jetzt  $u_1 = E_n \sin(k_n ct) \cdot \sin(k_n x)$  und  $u_2 = F_n \cos(k_n ct) \cdot \sin(k_n x)$  als Lösungen für die Wellengleichung angegeben werden. Da die Wellengleichung linear ist, sind auch alle Linearkombinationen dieser Lösungen, also

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_n x) (a_n \sin(k_n ct) + b_n \cos(k_n ct)) \quad (18)$$

Lösungen der Wellengleichung – vorausgesetzt, die unendliche Reihe konvergiert.

Für die betrachtete Anfangsbedingung (8) ergibt sich  $b_n = 0$ , so dass sich die allgemeine Lösung, wenn man noch die Phasenwinkel  $\alpha_n$  einführt, in der Form

## M12 SAITENSCHWINGUNG

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n(t) \sin\left(n\frac{\pi}{l}x\right) \sin(2\pi f_n t + \alpha_n) \quad (19)$$

schreiben lässt. Daraus folgt der allgemeine Satz:

**Jede beliebige periodische Funktion, die den gestellten Rand- und Anfangsbedingungen des Schwingungsproblems genügt, lässt sich als Linearkombination harmonischer Funktionen darstellen (Satz von Fourier, der die Fouriersynthese, aber auch die Umkehrung, die Fourieranalyse von Funktionen, erklärt).**

Verschiedene Saiteninstrumente ergeben für die gleiche Grundfrequenz Töne unterschiedlicher Klangfarbe. Diese entsteht dadurch, dass die Amplituden  $A_n$  der Oberschwingungen je nach den Anfangsbedingungen unterschiedlich sind und das Verhältnis der Amplituden  $A_n$  die Klangfarbe eines Instrumentes bestimmt. Die Phasenkonstante  $\alpha_n$  in (19) hat keine akustische Bedeutung, weil das menschliche Ohr keine Phasenverschiebungen wahrnimmt (abgesehen vom räumlichen Hören).

### AUFGABEN

1. Messung der Resonanzfrequenzen  $f_n$  für  $n = 1$  bis 9 bei fester Saitenlänge ( $l = 0,6 \text{ m}$ ) und fester Zugspannung (Belastung mit einer Gesamtmasse von 1 kg in der 3. Kerbe des Lasthebels). Exemplarische Überprüfung der Lage von Knoten und Bäuchen für die 2. Oberschwingung ( $n = 3$ ) und Vergleich mit der Erwartung  $\lambda_n = 2l/n$  nach (13). Grafische Darstellung der Abhängigkeit  $f_n = f(n)$  gemäß (11) und Bestimmung des Anstiegs durch lineare Regression. Berechnung der Phasengeschwindigkeit  $c^{\text{trans}}$  der Transversalwelle nach (6), einschließlich ihrer Unsicherheit.
2. Messung der Resonanzfrequenzen  $f_1$  (Grundfrequenzen) für verschiedene Saitenlängen zwischen  $l = 20 \text{ cm}$  bis  $l = 65 \text{ cm}$  mit einer Schrittweite von 5 cm bei unveränderter Zugspannung (Belastung mit einer Gesamtmasse von 1 kg in der 3. Kerbe des Lasthebels). Grafische Darstellung der Abhängigkeit  $f_1 = f(l)$  gemäß (17) und lineare Regression zur Bestimmung des Anstiegs. Berechnung von  $c^{\text{trans}}$  (mit Unsicherheit) und Vergleich mit dem Ergebnis aus Aufgabe 1.
3. Messung der Abhängigkeit der Resonanzfrequenz  $f_n$  (für eine messtechnisch zweckmäßig gewählte Eigenfrequenz wie z.B. bei  $n = 3$ ) von 10 verschiedenen Werten der mithilfe unterschiedlicher Massen und Hebelübersetzungen veränderlichen Zugspannung  $F_0$  bei fester Saitenlänge  $l = 0,6 \text{ m}$ . Grafische Darstellung der Abhängigkeit (11) in der Form  $f_n^2 = f(F_0)$ . Bestimmung von Anstieg und Achsenabschnitt mithilfe linearer Regression, daraus Berechnung der linearen Massendichte  $\mu$  der Saite und der durch den unbelasteten Lasthebel allein erzeugten Kraft  $F_H$  - einschließlich ihrer Unsicherheiten.
4. Berechnung der der linearen Massendichte  $\mu$  der Saite aus den Ergebnissen für die Phasengeschwindigkeit  $c^{\text{trans}}$  der Transversalwelle der Aufgaben 1 und 2 bei Kenntnis der korrekten Zugspannung  $F_0$ , d.h. unter Verwendung der in Aufgabe 3 ermittelten Kraft des unbelasteten Lasthebels  $F_H$ . Vergleich der drei experimentellen Ergebnisse für die lineare Massendichte  $\mu$  der Saite und Bildung des gewogenen Mittels, falls das möglich ist. Abschließender Vergleich mit der Herstellerangabe von  $\mu \approx 0,78 \text{ g} \cdot \text{m}^{-1}$  und eigenem Berechnungsergebnis anhand der Massendichte von  $\rho = 7,85 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  und des Durchmessers von  $d = (14/1000)''$  der Stahlsaite. Man beachte, dass  $1'' = 25,4 \text{ mm}$  gilt.

# M12 SAITENSCHWINGUNG

## VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

Eine Saite  $S$  ist zwischen den Einspannstellen  $Sp1$  und  $Sp2$  ausgespannt (Abb. 3). Ihre Länge  $l$  wird durch die verschiebbaren Reiter  $R1$  und  $R2$  variiert und an einer Skale abgelesen. Man achte stets darauf, dass die Saite stets sauber auf beiden Reiterstegen aufliegt!

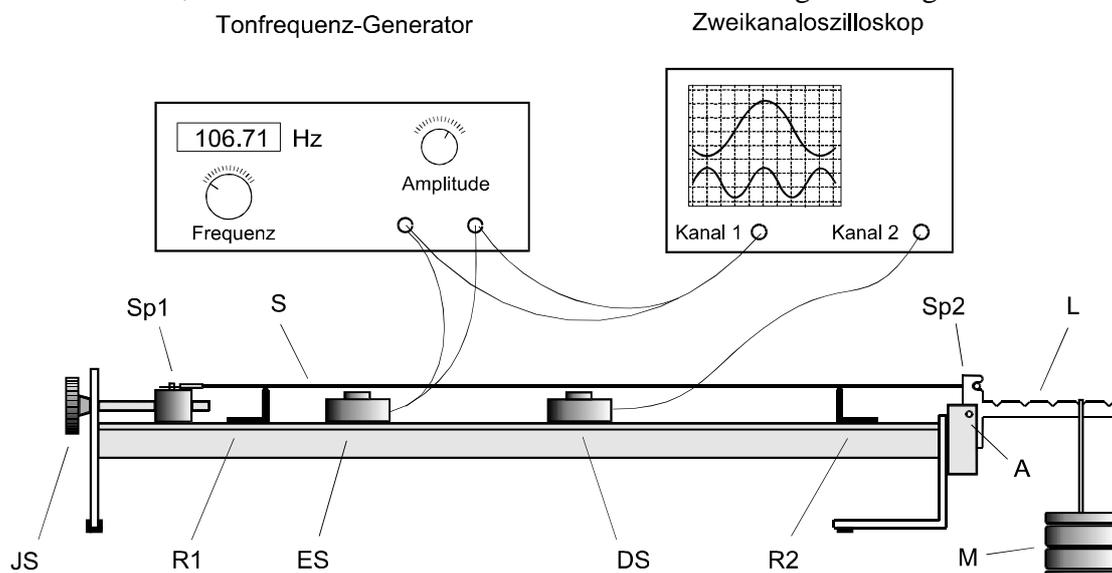


Abb. 3 Versuchsanordnung

Die Einspannstelle  $Sp2$  ist um die Achse  $A$  schwenkbar. Durch Veränderung der am Lasthebel  $L$  mit einem Haken von 50 g Eigenmasse eingehängten Massestücke  $M$  (bis maximal 1,15 kg) kann die Zugkraft  $F_0$  eingestellt werden. Die einzelnen Massestücke sind jeweils auf wenige mg genau gefertigt.

Das Übersetzungsverhältnis des Lasthebels bei horizontaler Lage kann durch Wahl der entsprechenden Kerbe für das Einhängen der Massestücke ganzzahlig zwischen 1 und 5 gewählt werden. Aufgrund der mit modernen NC-Werkzeugmaschinen erreichbaren Fertigungsgenauigkeit kann das Übersetzungsverhältnis als quasi „fehlerfrei“ angesehen werden. Die unvermeidlich lastabhängige Dehnung der Saite muss durch Drehen an der Justierschraube  $JS$  derart ausgeglichen werden, dass der Lastarm bei allen Messungen die horizontale Lage „nach Augenmaß“ beibehält. Die mögliche Winkelabweichung von der Horizontalen ist grob abzuschätzen und damit eine Obergrenze für die resultierende Unsicherheit der Zugkraft zu bestimmen (Hinweis: Kräfteparallelogramm)!

Bei der Berechnung der gesamten Zugkraft  $F_0$  ist zu beachten, dass der Lasthebel infolge seines Eigengewichtes einen *zusätzlichen* Beitrag  $F_H$  liefert: Es ergibt sich daher als Zugkraft  $F_0 = F_H + k \cdot m \cdot g$  mit  $k$  als Kerbenposition,  $m$  als Gesamtmasse (Summe der einzelnen Massestücke zuzüglich der Hakenmasse) und  $g$  als Fallbeschleunigung.

Die Saite wird durch eine auf einen Weicheisenkern gewickelte Spule  $ES$  magnetisch zu Schwingungen angeregt. Ein Tonfrequenzgenerator liefert den Strom für die Spule und erlaubt eine Änderung der Erregerfrequenz. Das Generatorsignal wird parallel zur Erregerspule  $ES$  einem Kanal des Zweikanal-Oszilloskops (Abb.3) zugeführt; der durch die Spule fließende Strom wird mit einem Amperemeter (in Abb. 3 nicht eingezeichnet) kontrolliert. Infolge der Saitenschwingung wird in der Detektorspule  $DS$ , die auf einen permanentmagnetischen Kern gewickelt ist, durch Induktion eine Wechselfeldspannung erzeugt, die dem zweiten Kanal des Oszilloskops zugeführt wird. Am Oszilloskop ist die Synchronisation zweckmäßig immer auf den Kanal mit dem stärksten Signal einzustellen, also auf das Generatorsignal!

# M12 SAITENSCHWINGUNG

## HINWEISE

- a) Die Erregerspule ES wird zweckmäßig in der Nähe von Reiter R1 angeordnet. Es muss nur sichergestellt sein, dass der Spulenkern nicht unmittelbar unter einem Schwingungsknoten sitzt.
- b) Aufgrund des induktiven Widerstandes der Erregerspule ist der durch sie fließende harmonische Wechselstrom frequenzabhängig: Er darf *niemals* dauerhaft mehr als 0,4 A betragen (Kontrolle mit dem Amperemeter!), da sonst die Wicklung zerstört wird. Für die Messungen ist eine geringere Stromstärke ausreichend; höhere Erregerströme verursachen in Resonanz schnell eine unnötige „Lärmbelästigung“ im kleinen Labor und können u.U. sogar die Saite auf der Detektorspule aufschlagen lassen (hörbares und am Oszilloskop auch sichtbares hochfrequentes „Klirren“). Bei größerer Frequenzänderung ist es sinnvoll, das Ausgangssignal des Generators mit AMPLITUDE vorher herunter zu regeln und dann allmählich wieder zu erhöhen. (Diese Empfehlung gilt insbesondere für Änderung des Frequenzbereiches mit RANGE!)
- c) Die Detektorspule DS kann zum Erfassen der Knoten und Bäuche der Schwingungen zwischen Erregerspule und Reiter R2 verschoben werden. Dabei ist ein Mindestabstand zwischen beiden Spulen einzuhalten, um unerwünschte magnetische Einkopplungen zu vermeiden. (Das kann durch Beobachtung beider Signale am Oszilloskop überprüft werden.)
- d) Für die Messung der jeweiligen Resonanzfrequenzen sollte die Detektorspule DS natürlich stets an einem Schwingungsbauch stehen. (Wieso?) Man überlege sich also (vorher!) insbesondere für Aufgabe 1, wo für die einzelnen Schwingungsmoden  $n$  ein geeigneter Messort ist. (Tipp: Für ungeradzahlige  $n$  kann man eine einzige Position nutzen. Das spart wertvolle Zeit!)
- e) Werden Generator- und Detektionssignal an beiden Kanälen gleichzeitig angezeigt, dann beobachtet man im Resonanzfall an der Detektorspule gewöhnlich die doppelte Erregerfrequenz. Für die Auswertung maßgeblich ist also bei diesem Versuch immer die *doppelte* Erregerfrequenz! (Man beachte auch die Frage dazu weiter unten.)
- f) Für alle auszuführenden Messungen (Aufgabe 1 bis 3) sollte stets während der Arbeiten überlegt werden, wo in etwa die nächste gesuchte Resonanz zu erwarten ist (Extrapolation): Es lässt sich feststellen, dass das Frequenzspektrum einer Saite aus mehreren Gründen sehr komplex ist. Eine Nichtbeachtung des eben erteilten Hinweises führt nicht nur zu höherem Zeitaufwand, sondern auch oft zu falschen Ergebnissen!
- g) Wegen der äußerst geringen Dämpfung der Saitenschwingung ist die Resonanz sehr scharf, deshalb muss die Einstellung der Erregerfrequenzen für die Grund- und Oberschwingungen immer sehr sorgfältig erfolgen und erfordert etwas Übung: Nach Wahl des Frequenzbereiches mit RANGE wird zunächst grob mit dem großen Drehknopf für die Frequenzeinstellung bei gleichzeitiger Beobachtung der Amplitude des Detektorspulen-signals die Resonanz gesucht. Bei Bedarf ist die am zugehörigen Kanal vorhandene Verstärkungseinstellung zu ändern. Die genaue Frequenzeinstellung ist dann mit dem Feinregler rechts neben der Frequenzanzeige vorzunehmen, bis die Resonanz gefunden wurde.
- h) Die eben erwähnte schwache Dämpfung und daraus folgend scharfe Resonanz hat eine weitere Konsequenz: Für die Unsicherheit der Resonanzfrequenz als Ausgangsgröße der jeweiligen Messungen ist *nicht* etwa die Genauigkeit der Generator-Frequenzanzeige maßgeblich (eher irreführend), sondern die (subjektive) Geschicklichkeit des Experimentators beim Aufsuchen der Resonanz! Das lässt sich vernünftig nur mit statistischen Methoden beurteilen: Es wird empfohlen, bei der Aufgabe 1 für die tiefste und die höchste sowie eine mittlere Resonanzfrequenz (also  $n = 1, 9$  und z.B.  $n = 5$ ) je 6 Wiederholungsmessungen auszuführen und darauf jeweils Statistik (Mittelwert, Standardabweichung)

## M12 SAITENSCHWINGUNG

chung) anzuwenden. Als (generelle) Frequenzunsicherheit kann dann die größte relative Unsicherheit der drei Ergebnisse verwendet werden.

### FRAGEN

1. Welche Näherungen und Idealisierungen sind in der obigen Modellbetrachtung zur Saitenschwingung enthalten? Welche davon sind experimentell nicht sicher zu realisieren bzw. ggf. „verletzt“? Woran könnte man Abweichungen vom Modell in der Praxis feststellen?
2. Erklären Sie die Entstehung des Signals an der Detektorspule! Wieso schwingt die Saite im Resonanzfall mit der doppelten Erregerfrequenz? (Hinweis: Der Kern beider Spulen ist „weichmagnetisch“.)
3. Ein reales Saiteninstrument wie z.B. eine Gitarre wird gewöhnlich nicht exakt in der Mitte der Saite „gespielt“ (angeregt): Welche Folgen hat das für den entstehenden Klang (Frequenzspektrum)? Was erwarten Sie bei stärkerer und „anharmonischer“ Anregung einer Saite?
4. Was versteht man unter der Phasengeschwindigkeit einer Welle? Was ist „Gruppen-geschwindigkeit“?
5. Welche Bedingungen müssen für die Erzeugung stehender Wellen erfüllt werden? Wie wird das (technisch) im Versuch realisiert?
6. Warum ist die Dämpfung im Versuch sehr schwach und welche Ursachen hat sie? Wie würde sich eine stärkere Dämpfung auswirken?