

# E12 ELEKTRONEN IN FELDERN

## PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN

**Grundbegriffe:** Oszillograf, spezifische Ladung, elektrisches und magnetisches Feld, Lorentzkraft, Coulombkraft.

Die spezifische Ladung  $e/m$  geladener Teilchen mit der Masse  $m$  und der Ladung  $e$  kann aus der Untersuchung ihrer Ablenkung beim Durchlaufen elektrischer und magnetischer Felder  $\vec{E}$  bzw.  $\vec{B}$  bestimmt werden. Bei diesem Versuch wird die Ablenkung von Elektronen in einer Oszillogafenröhre untersucht. Die elektrischen Felder werden durch die üblicherweise eingebauten X- bzw. Y-Plattenpaare und die magnetischen Felder durch zusätzliche Spulen außerhalb der Röhre erzeugt (Abb.4). Untersucht wird die Ablenkung von Elektronen, welche mit der

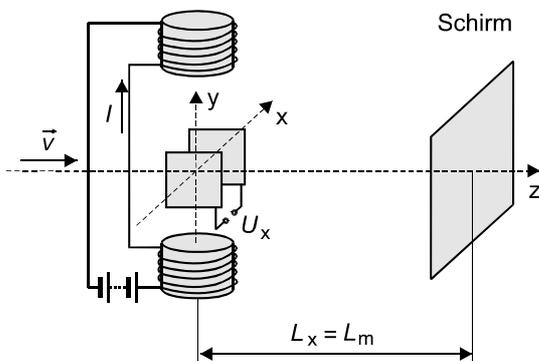


Abb.1 WIEN-FILTER

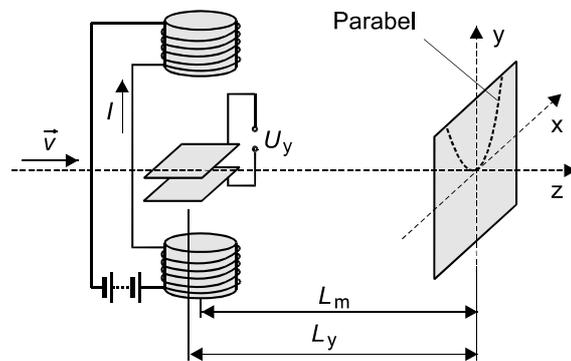


Abb.2 PARABELMETHODE

Geschwindigkeit  $\vec{v} = \{0,0,v\}$  entweder senkrecht in  $\vec{E}$ - und  $\vec{B}$ -Felder eintreten, welche zueinander senkrecht (Wien-Filter, Abb.1) oder parallel (Thomsonsche Parabelmethode, Abb.2) gerichtet sind oder welche beim Durchlaufen eines in z-Richtung verlaufenden  $\vec{B}$ -Feldes eine dazu senkrechte Geschwindigkeitskomponente besitzen (Methode nach Busch).

### 1. Ablenkung durch ein elektrisches **oder** ein magnetisches Querfeld

Vor der Untersuchung der Ablenkung in den kombinierten Feldern soll die Ablenkung in elektrischen und magnetischen Querfeldern getrennt betrachtet werden. Dabei werden die Felder zunächst vereinfachend als homogen angenommen. Die realen (d.h. apparativ bedingten) Inhomogenitäten werden anschließend durch die Einführung experimentell bestimmbarer Effektivgrößen berücksichtigt.

**1.1 Ablenkung durch ein elektrisches Querfeld:** Ein Elektron tritt nach Durchlaufen der Beschleunigungsspannung  $U_b$  mit der Geschwindigkeit  $v = (2eU_b/m)^{1/2}$  senkrecht zu den Feldlinien in das homogene elektrische Feld eines Plattenkondensators (Plattenabstand  $d$ , Plattenspannung  $U$ , Feldlänge in Flugrichtung  $l$ ) ein. Im durch  $U$  hervorgerufenen elektrischen Feld  $E = U/d$  erfährt das Elektron die konstante Beschleunigung  $a = eE/m$  längs der Feld-

linien und in deren Folge am Feldende die Ablenkung  $s = Ul^2/4dU_b$ . Hieraus ergibt sich für die Ablenkung auf dem Leuchtschirm in x- und y-Richtung

$$x = \frac{U_x l_x L_x}{2d_x U_b}, \quad (1)$$

$$y = \frac{U_y l_y L_y}{2d_y U_b}. \quad (2)$$

Dabei sind  $U_x, U_y$  die Ablenkspannungen,  $l_x, l_y$  die Feldlängen und  $L_x, L_y$  die Abstände zwischen den Feldmitten und dem Schirm.

Aus der Messung der so genannten Ablenkempfindlichkeiten  $x/U_x$  und  $y/U_y$  können experimentell die effektiven Feldlängen  $l_x$  und  $l_y$  bestimmt werden, welche die Inhomogenität der Felder berücksichtigen und in die folgenden Formeln einzusetzen sind.

1.2 Ablenkung durch ein magnetisches Querfeld: Tritt ein Elektron nach Durchlaufen einer Beschleunigungsspannung  $U_b$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v} = \{0,0,v\}$  in ein homogenes magnetisches Feld  $\vec{B} = \{0,B,0\}$ , so wird es durch die Lorentzkraft  $\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B})$  auf eine Kreisbahn mit der Radialbeschleunigung  $a = evB/m$  abgelenkt. Für kleine Ablenkungen gilt für die transversale Ablenkung in x-Richtung am Ende des Magnetfeldes der Länge  $l_m$  die Näherung  $s = (e/2U_b m)^{1/2} B l_m^2 / 2$  und für die Auslenkung auf dem Leuchtschirm

$$x = \sqrt{\frac{e}{2U_b m}} L_m B l_m$$

mit  $L_m =$  Abstand der Feldmitte vom Leuchtschirm. Mit der Ersetzung  $B \cdot l_m = K \cdot I$  (mit der

Apparatekonstanten  $K = 1/I \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} B(z) dz$  wird die Inhomogenität des  $\vec{B}$ -Feldes berücksich-

tigt) erhält man für die Auslenkung auf dem Schirm

$$x = \sqrt{\frac{e}{2U_b m}} L_m K I \quad (3)$$

mit  $I =$  Strom durch die Spule. Die Apparatekonstante  $K$  wird für jeden Versuchsplatz angegeben.

## 2. Ablenkung durch ein elektrisches **und** ein magnetisches Querfeld

2.1 Felder senkrecht zueinander (Wien-Filter): Tritt ein Elektron mit der Geschwindigkeit  $\vec{v} = \{0,0,v\}$  in die gleichzeitig wirkenden Felder  $\vec{E} = \{E,0,0\}$  und  $\vec{B} = \{0,B,0\}$  ein, so bewirken beide Felder eine entgegengesetzte Ablenkung in x-Richtung (Gl.(1) und Gl.(3)). Durch geeignete Wahl des Spulenstromes  $I$  kann bei gegebenem  $U_x$  die Auslenkung des Leuchtflecks auf dem Schirm kompensiert werden:

$$\frac{U_x l_x L_x}{2d_x U_b} = \sqrt{\frac{e}{2mU_b}} L_m K I \quad \Rightarrow \quad U_x = \sqrt{\frac{2eU_b}{m}} \frac{d_x}{l_x} K I. \quad (4)$$

Die grafische Darstellung von  $U_x = f(I)$  liefert bei konstantem  $U_b$  eine Gerade, aus deren Anstieg die spezifische Ladung  $e/m$  bestimmt werden kann.

2.2 Felder parallel zueinander (Thomsonsche Parabelmethode): Tritt ein Elektron mit der Geschwindigkeit  $\vec{v} = \{0,0,v\}$  in die gleichzeitig wirkenden Felder  $\vec{E} = \{0,E,0\}$  und  $\vec{B} = \{0,B,0\}$ , so bewirken die Felder eine Ablenkung sowohl in x-Richtung (Gl.(3)) als auch in y-Richtung (Gl.(2)). Folglich durchläuft der Leuchtfleck auf dem Schirm bei Variieren der Beschleunigungsspannung  $U_b$  Teile der Parabel

$$y = \frac{U_y / y \cdot L_y}{d_y L_m^2} \cdot \frac{m}{e} \cdot \frac{1}{K^2 \cdot I^2} \cdot x^2. \quad (5)$$

Die grafische Darstellung  $y = f(x^2)$  liefert (für  $U_y, I = \text{konst.}$ ) eine Gerade, aus deren Anstieg  $e/m$  berechnet werden kann.

## 2. Bewegung im magnetischen Längsfeld (Methode nach Busch)

Solange sich Elektronen mit der Geschwindigkeit  $\vec{v} = \{0,0,v\}$  parallel zu einem magnetischen Längsfeld bewegen, wirkt keine magnetische Kraft. Erhalten sie aber eine Geschwindigkeitskomponente  $v_T$  transversal zum magnetischen Längsfeld, so wirkt auf sie die Lorentzkraft senkrecht zur momentanen Flugrichtung und sie werden abgelenkt. Bewirkt man die Auslenkung durch ein (in z-Richtung kurzes) elektrisches Wechselfeld, dass z.B. durch Anlegen einer Wechselspannung an das x-Plattenpaar erzeugt wird, so bewegen sich die Elektronen auf unterschiedlichen Schraubenbahnen bis zum Schirm, weil der Translationsbewegung infolge der Wirkung der Lorentzkraft eine Kreisbewegung überlagert wird (Abb. 3). Da die Umlaufzeit auf der Kreisbahn  $T = 2\pi/\omega = 2\pi m/eB$  (im Unterschied zum Radius!) unabhängig von der Größe der Transversalkomponente  $v_T$  der Geschwindigkeit ist, treffen sich (bei kleinen Auslenkungen, denn nur dann kann die Geschwindigkeit  $v$  in z-Richtung näherungsweise als unverändert angenommen werden,) alle Bahnen in periodisch wiederkehrenden Schnittpunkten im Abstand der sog. Fokussierungslänge

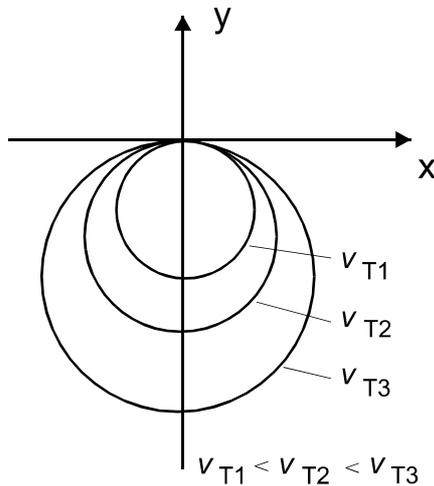


Abb. 3 KREISBAHNEN IM MAGNETISCHEN LÄNGSFELD (Projektion auf x-y-Ebene)

recht zur momentanen Flugrichtung und sie werden abgelenkt. Bewirkt man die Auslenkung durch ein (in z-Richtung kurzes) elektrisches Wechselfeld, dass z.B. durch Anlegen einer Wechselspannung an das x-Plattenpaar erzeugt wird, so bewegen sich die Elektronen auf unterschiedlichen Schraubenbahnen bis zum Schirm, weil der Translationsbewegung infolge der Wirkung der Lorentzkraft eine Kreisbewegung überlagert wird (Abb. 3). Da die Umlaufzeit auf der Kreisbahn  $T = 2\pi/\omega = 2\pi m/eB$  (im Unterschied zum Radius!) unabhängig von der Größe der Transversalkomponente  $v_T$  der Geschwindigkeit ist, treffen sich (bei kleinen Auslenkungen, denn nur dann kann die Geschwindigkeit  $v$  in z-Richtung näherungsweise als unverändert angenommen werden,) alle Bahnen in periodisch wiederkehrenden Schnittpunkten im Abstand der sog. Fokussierungslänge

$$L_f = v \cdot T = \frac{\pi}{B} \cdot \sqrt{\frac{8 U_b m}{e}}. \quad (6)$$

Erzeugt man das Längsfeld mit einer langen Spule (Windungszahl  $N$ , Länge  $l$ , Strom  $I$ ) und wählt die Beschleunigungsspannung  $U_b$  so, dass der durch das x-Wechselfeld aufgeweitete Elektronenstrahl auf dem Leuchtschirm fokussiert erscheint, dann ist  $L_f$  gerade gleich  $L_x$  und es folgt mit  $B = \mu_0 NI/l$  für eine lange gerade Spule die Beziehung

$$U_b = \frac{\mu_0^2}{8\pi^2} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{L_x^2 N^2}{l^2} I^2. \quad (7)$$

Die grafische Darstellung  $U_b = f(I^2)$  liefert eine Gerade, aus deren Anstieg  $e/m$  berechnet werden kann.

### AUFGABEN

1. Bestimmung der effektiven Feldlängen  $l_x$  und  $l_y$  der Plattenkondensatoren.
2. Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons  $e/m$  mit dem Wien-Filter für Beschleunigungsspannungen  $U_b = 1,2 \text{ kV}$ ,  $1,6 \text{ kV}$  und  $2 \text{ kV}$  durch Geradenausgleich des gemessenen Zusammenhanges  $U_x = f(I)$  (Gl. (4)).
3. Bestimmung von  $e/m$  nach der Thomsonschen Parabelmethode durch Geradenausgleich der aus 3 gemessenen Parabeln entnommenen Zusammenhänge  $y = f(x^2)$  (Gl. (5)).
4. Bestimmung von  $e/m$  mit der Methode nach Busch durch Geradenausgleich des gemessenen Zusammenhanges  $U_b = f(I^2)$  (Gl. (7)) für Beschleunigungsspannungen  $U_b = 1 - 2 \text{ kV}$  in Schritten von  $0,1 \text{ kV}$ .
5. Bildung des gewichteten Mittels für die nach den Aufgaben 2-4 bestimmte spezifische Ladung  $e/m$ .

### VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

Die Versuchsapparatur (Abb. 4) besteht aus einer Oszillografenröhre mit hintereinander angeordneten Plattenkondensatoren zur elektrischen x- und y-Ablenkung, welche sich verschiebbar

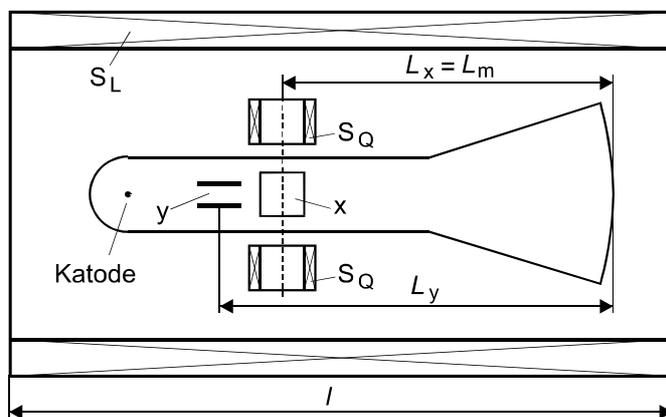


Abb. 4 VERSUCHSANORDNUNG

in einer langen Spule  $S_L$  zur Erzeugung des magnetischen Längsfeldes befindet. Zur Erzeugung des magnetischen Querfeldes dient das Spulenpaar  $S_Q$ , welches in Höhe der x-Ablenkplatten fest angeordnet ist. Die Gesamtanordnung ist durch einen weichmagnetischen Blechzylinder aus einer Nickel-Eisen-Legierung gegen das magnetische Feld der Erde abgeschirmt.

Folgende technische Daten werden für die Auswertung benötigt:

mittlerer Plattenabstand

$$d_x = (3,9 \pm 0,1) \text{ mm}$$

$$d_y = (3,5 \pm 0,1) \text{ mm}$$

Abstand Feldmitte x-Platten bis zum Schirm

$$L_x = (216 \pm 1) \text{ mm}$$

Abstand Feldmitte y-Platten bis zum Schirm

$$L_y = (253 \pm 1) \text{ mm}$$

Abstand Mitte magnetisches Querfeld bis zum Schirm

$$L_m = (216 \pm 1) \text{ mm}$$

Länge der langen Spule

$$l = (743 \pm 1) \text{ mm}$$

Die Apparatekonstante  $K$  des magnetischen Querfeldes und die Windungszahl  $N$  der langen Spule werden am Versuchsplatz angegeben. Für die digitalen elektrischen Messgeräte wird ein systematischer Fehler von  $\pm (1 \% + 1)$  angenommen. Alle Versuche sollen mit möglichst geringer Strahlhelligkeit ausgeführt werden, um die Leuchtschicht der Oszillografenröhre zu schonen. Zur Bestimmung der effektiven Feldlängen  $l_x$  und  $l_y$  (Aufgabe 1) werden die Ablenkempfindlichkeiten  $x/U_x$  und  $y/U_y$  für  $U_b = 1,8 \text{ kV}$  und für  $U_x$  und  $U_y$  im Bereich von 0 bis etwa 100 V in Schritten von 10 V gemessen. Werden die experimentellen Ablenkempfindlichkeiten in Gl.(1) bzw. Gl.(2) eingesetzt, so können aus den Anstiegen der Geraden  $x = f(U_x)$  bzw.  $y = f(U_y)$  zunächst die Verhältnisse  $l_x/d_x$  bzw.  $l_y/d_y$  (zur späteren Verwendung bei der Auswertung der Gleichungen (4) und (5)) und daraus die effektiven Feldlängen gewonnen werden.

Für Aufgabe 2 wird die Position des unabgelenkten Leuchtflecks mit einem Filzstift auf dem Bildschirm markiert.

Für Aufgabe 3 sollen die zu den Parabeln gehörenden Wertepaare  $I, U_y$  so gewählt werden, dass die sich beim Durchlaufen der Beschleunigungsspannung ergebenden Parabeläste weder zu steil noch zu flach verlaufen. Als ungefähre Orientierung diene z. B. das Wertepaar  $I = 90 \text{ mA}$ ,  $U_y = 18 \text{ V}$ . Zum Abzeichnen der Parabeläste wird ein Stück Klarsichtfolie mit schmalen Klebstreifen auf den Bildschirm geheftet.

Für Aufgabe 4 müssen die Ablenkspannungen  $U_x$  und  $U_y$  auf 0 V gestellt werden. Anschließend wird die Röhre so in der langen Spule positioniert, dass der Abstand  $D$  des Bildschirms vom vorderen Spulenrand etwa  $D = 1/2 (l - L_x)$  beträgt und die elektronenoptische Achse der Röhre parallel zum magnetischen Längsfeld verläuft. Bei richtiger Positionierung darf sich der Leuchtfleck bei Änderung des Spulenstromes nicht mehr verschieben. Für den Messvorgang wird durch Betätigen des „Kipp“-Schalters am Bedienteil eine positive Sägezahnspannung an die x-Platten der Röhre gelegt und der Spulenstrom solange vergrößert, bis der durch das x-Wechselfeld aufgefächerte Elektronenstrahl auf dem Leuchtschirm fokussiert erscheint.

## FRAGEN

1. Erläutern Sie Aufbau und Wirkungsweise einer Oszillografenröhre.
2. Welche Kräfte wirken auf geladene Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern?
3. Wann läuft ein Elektron in einem homogenen Magnetfeld auf einer Kreisbahn und wie groß sind Bahnradius und Umlaufzeit?
4. Warum verlaufen die Kreisbahnen in Abb.3 nicht konzentrisch zum Nullpunkt der x-y-Ebene?
5. Warum unterscheidet man zwischen effektiven Feldlängen und Länge der Kondensatorplatten?
6. Warum muss in Gl.(3), Gl.(4) und Gl.(5)  $I_m \cdot B$  durch  $K \cdot I$  ersetzt werden? Wie könnte  $K$  experimentell bestimmt werden?
7. Welche Bedeutung hat in Aufgabe 4 die Positionierung der Röhre in der langen Spule?