

## M6 INNERE REIBUNG

### PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN

**Grundbegriffe:** *Innere Reibung, laminare und turbulente Strömung, Viskosität, Stokessches Gesetz, ähnliche Strömungen, Reynolds-Zahl* (Stroppe, S. 116-120).

Bei Strömungen von Flüssigkeiten und Gasen treten infolge von Wechselwirkungen der Moleküle im Innern Reibungskräfte auf. Wird ein fester Körper in einer zähen Flüssigkeit mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, so ist trotz der gleichförmigen Bewegung eine Kraft erforderlich,

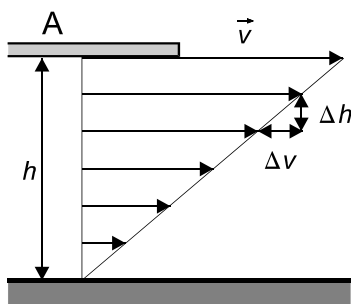


Abb. 1 INNERE REIBUNG

weil die in der Flüssigkeit auftretende Reibungskraft  $F_R$  überwunden werden muss. Die Kraft  $F_R$  lässt sich durch folgende Modellvorstellung deuten:

Man nimmt eine laminare Strömung an, d. h. in der Flüssigkeit gleiten Schichten (Lamellen) mit verschiedenen Geschwindigkeiten aneinander vorbei, ohne sich zu vermischen. Bewegt man eine ebene Platte der Fläche  $A$  im Abstand  $h$  an einer ruhenden Wand mit der konstanten Geschwindigkeit  $v$  tangential vorbei (Abb. 1), so nimmt die bewegte Platte die an ihr

haftende Flüssigkeitsschicht mit, die nun ihrerseits die benachbarte Flüssigkeitsschicht zu einer gleichgerichteten Bewegung mit einer um  $\Delta v$  kleineren Geschwindigkeit veranlasst usw. Die an der ruhenden Wand haftende Flüssigkeitsschicht befindet sich in Ruhe. Auf diese Weise entsteht in der Flüssigkeit ein Geschwindigkeitsgefälle  $\Delta v/\Delta h$ , das nicht linear sein muss und deshalb allgemeiner mit dem Differentialquotienten  $dv/dh$  beschrieben wird. Die Reibungskraft  $F_R$  ist proportional zum Geschwindigkeitsgefälle  $dv/dh$  und zur Fläche  $A$

$$F_R = \eta A \frac{dv}{dh}. \quad (1)$$

Die durch diese Gleichung definierte Stoffkonstante  $\eta$  wird dynamische Viskosität genannt (SI-Einheit: 1 Pa·s). Der Quotient aus dynamischer Viskosität und Dichte  $\rho$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (2)$$

heißt kinematische Viskosität (SI-Einheit: 1 m<sup>2</sup>/s). Für den Spezialfall, dass eine Kugel vom Radius  $r_K$  von einer Flüssigkeit umströmt wird oder gleichbedeutend, dass sich die Kugel mit der Geschwindigkeit  $v$  in einer ruhenden Flüssigkeit bewegt, gilt für die Reibungskraft das Stokessche Gesetz

$$F_R = 6 \pi \eta r_K v. \quad (3)$$

Die dynamische Viskosität ist stark temperaturabhängig, es gilt der Zusammenhang

$$\eta = \eta_0 \exp\left(\frac{a}{T}\right) \quad (4)$$

mit  $\eta_0$  und  $a$  als Konstanten und  $T$  der absoluten Temperatur.

Bei unterschiedlich geformten Körpern und Flüssigkeiten hängt die Art der Strömung von der Strömungsgeschwindigkeit, den geometrischen Abmessungen des Körpers, der Viskosität und der Dichte der Flüssigkeit ab, sie wird charakterisiert durch eine dimensionslose Zahl, die Reynolds-Zahl

$$Re = \frac{v l \rho_{Fl}}{\eta} \quad (5)$$

Darin ist  $l$  eine für die Geometrie des Körpers charakteristische Länge, z. B. ist bei einer Kugel für  $l$  der Radius  $r_K$  einzusetzen. Bei hinreichend kleiner Reynolds-Zahl ergibt sich eine laminare Strömung, beim Überschreiten einer kritischen Reynolds-Zahl eine mit Wirbelbildung verbundene turbulente Strömung. Geometrisch ähnliche Körper erzeugen hydrodynamisch ähnliche Strömungen, wenn ihre Reynolds-Zahlen gleich sind. Das Stokessche Gesetz hat nur Gültigkeit, wenn  $Re \ll 1$  ist, es ist die Grundlage der folgenden Messmethode für die dynamische Viskosität.

Kugelfallmethode: Fällt eine Kugel (Dichte  $\rho_K$ ) in einem mit einer zähen Flüssigkeit (Dichte  $\rho_{Fl}$ ) gefüllten Standzylinder, dessen Radius  $r_Z$  sehr groß gegen den Kugelradius  $r_K$  ist, so wirken auf die fallende Kugel folgende Kräfte:

Schwerkraft: 
$$\vec{F}_G = \frac{4}{3} \pi r_K^3 \vec{g} \rho_K, \quad (6)$$

Auftriebskraft: 
$$\vec{F}_A = -\frac{4}{3} \pi r_K^3 \vec{g} \rho_{Fl}, \quad (7)$$

Reibungskraft nach Stokes: 
$$\vec{F}_R = -6\pi\eta \cdot r_K \vec{v}. \quad (8)$$

Die Auftriebs- und die Reibungskraft wirken der Schwerkraft entgegen. Letztere beschleunigt die Kugel solange bis

$$\vec{F}_G + \vec{F}_A + \vec{F}_R = 0, \quad (9)$$

dann bewegt sich die Kugel mit konstanter Geschwindigkeit („kräftefreie Bewegung“). Nach Einsetzen der einzelnen Kräfte in Gleichung (9) erhält man für die dynamische Viskosität

$$\eta = \frac{2}{9} r_K^2 \cdot g \frac{\rho_K - \rho_{Fl}}{v}. \quad (10)$$

Berücksichtigt man den endlichen Zylinderradius  $r_Z$ , so gilt nach Ladenburg für die Reibungskraft die korrigierte Formel

$$F_R = 6\pi\eta r_K \cdot v \left( 1 + 2.1 \frac{r_K}{r_Z} \right) \quad (11)$$

und damit

$$\eta_{Korr} = \frac{2}{9} r_K^2 g \frac{\rho_K - \rho_{Fl}}{v \left( 1 + 2.1 r_K / r_Z \right)}. \quad (12)$$

## AUFGABEN

1. Messung der Sinkgeschwindigkeiten von vier Kugeln mit verschiedenen Radien und Berechnung der dynamischen Viskosität von Rizinusöl (Gl. (10)).

2. Berechnung der korrigierten dynamischen Viskosität für die vier Kugeln (Gl. 12) und Mittelung über diese Werte.
3. Berechnung der kinematischen Viskosität (Gl. (2)).
4. Überprüfen, ob die Bedingung  $Re \ll 1$  für die vier Kugeln erfüllt ist.

### VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

Zur Bestimmung der Sinkgeschwindigkeit der Kugeln ist der mit Rizinusöl gefüllte Standzylinder in Abständen von je 10 cm mit Ringmarken versehen. Es ist festzustellen, von welcher Ringmarke an die Bewegung der Kugel mit konstanter Geschwindigkeit erfolgt. Für diesen Test wähle man zweckmäßigerweise die größte Kugel.

Für Aufgabe 1 ist für die vier Kugelsorten im Bereich dieser Ringmarken die Sinkgeschwindigkeit jeweils für 10 Kugeln mit gleichem Radius zu messen. Man achte darauf, dass sich die Kugeln möglichst in der Achse des Fallrohres bewegen. Die Dichte des Öls wird mit dem Aräometer bestimmt. Die Temperatur wird während der Versuchsreihe kontrolliert und notiert. Die mit diesen Messwerten bestimmten dynamischen Viskositäten (Gl. (10)) zeigen noch systematische Abweichungen aufgrund des endlichen Zylinderdurchmessers. Deshalb bestimme man für Aufgabe 2 die dynamischen Viskositäten unter Beachtung der Ladenburg-Korrektur (Gl. (12)) und bestimme den Mittelwert. Die Messunsicherheit für die dynamische Viskosität (Gl. (10)) ermittle man durch Größtfehlerabschätzung unter Verwendung der Messunsicherheiten für die Zeitmessung, die Dichte des Öls und den Radius der Kugeln.

### FRAGEN

1. In welcher Weise wirkt sich eine Temperaturerhöhung des Ölbad auf die Größe der Viskosität aus?
2. Worin besteht der Unterschied zwischen laminarer und turbulenter Strömung?
3. Unter welcher Bedingung erzeugen geometrisch ähnliche Körper hydrodynamisch ähnliche Strömungen?