
O1 Dünne Linsen

Physikalische Grundlagen

Grundbegriffe

Brechungsgesetz
Abbildungsgleichung
Brechung an gekrümmten Flächen
Sammel- und Zerstreuungslinsen
Besselmethode

Linsen sind durchsichtige Körper, die von zwei im Allgemeinen sphärischen Flächen begrenzt sind. Die Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte bildet die sog. optische Achse. Die Linsenwirkung beruht auf der Brechung der einfallenden Lichtstrahlen an den Grenzflächen zwischen dem Linsenmaterial und dem umgebenden Medium. Sieht man von Linsenfehlern und Beugungerscheinungen an den Linsenfassungen (s. Versuch O8) ab, so führt eine Linse alle von einem Gegenstandspunkt G ausgehenden Lichtstrahlen in einem Bildpunkt B zusammen (Abb. 9.1). Schneiden sich die Strahlen wirklich, so spricht man von einem reellen Bild bzw. von einer reellen Abbildung. Schneiden sich hingegen nur die rückwärtigen Verlängerungen der Strahlen, so nennt man die Abbildung virtuell.

1. Brennweite dünner Linsen

Von dünnen Linsen spricht man, wenn ihre Dicke klein gegenüber den Krümmungsradien der Kugelflächen ist. In diesem Fall kann anstelle der zweimaligen Brechung an den Oberflächen eine einmalige Brechung an einer Fläche - im weiteren „Mittlebene“ genannt - angenommen werden, welche senkrecht zur optischen Achse durch die Linse gelegt wird (Abb. 9.1). Bei dünnen Linsen können die Gegenstandsweite g , die Bildweite b und die Brennweiten f und f' von der Mittlebene aus gemessen werden (Abb. 9.1). Die Brennpunkte F bzw. F' liegen an der Stelle, an der parallel zur optischen Achse einfallendes Licht von einer *Sammellinse* vereinigt wird. *Zerstreuungslinsen* hingegen brechen

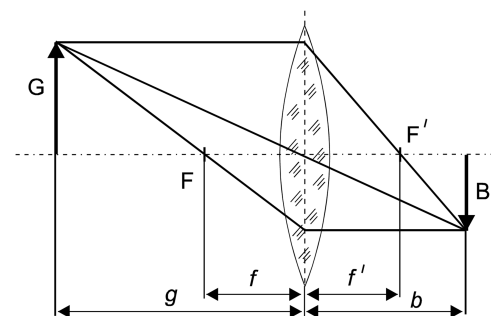


Abbildung 9.1: Sammellinse

dieses Licht so, als käme es von F bzw. F' (Abb. 9.2c)). Die Brennweiten f und f' sind gleich, wenn sich auf beiden Seiten der Linse das gleiche optische Medium befindet. Die Brennweite f lässt sich aus den Krümmungsradien R_1 und R_2 und der Brechzahl n des Linsenglases berechnen. Die Krümmungsradien R_i werden für konvexe Flächen positiv, für konkave negativ gewertet. Für dünne Linsen gilt näherungsweise

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (9.1)$$

Die Größe $D = 1/f$ wird als Brechkraft oder Stärke der Linse bezeichnet. Ihre Einheit ist 1 Dioptrie = $\frac{1}{\text{m}}$. Zerstreuungslinsen haben negative Brechkräfte.

2. Linsenkombinationen

Durch eine Anordnung von einzelnen dünnen Linsen mit gemeinsamer optischer Achse lassen sich Linsensysteme (s. Versuch O 10) aufbauen. Die Brennweite einer Kombination aus zwei dünnen Linsen im Abstand d mit den Brennweiten f_1 und f_2 beträgt

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - d}. \quad (9.2)$$

Ist der Abstand d klein gegen die Einzelbrennweiten, so kann man die Näherungsformel

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (9.3)$$

benutzen.

3. Bildkonstruktion

Man kann das von einer Linse erzeugte Bild eines Gegenstandes konstruieren, wenn man die Brennweite f und die Gegenstandsweite g kennt. Die Konstruktion wird einfach, wenn man wahlweise zwei der drei sog. Hauptstrahlen -Parallel-, Mittelpunkt- und Brennpunktstrahl- verwendet. In Abb. 9.2 werden Brennpunkt- und Parallelstrahl für zwei Abbildungen mit einer Sammellinse und eine mit einer

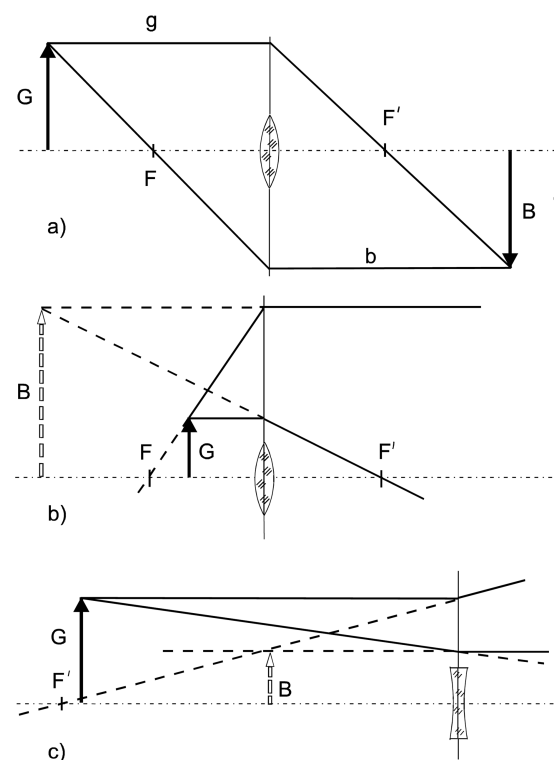


Abbildung 9.2: Bildkonstruktion

Zerstreuungslinse benutzt. Die Sammellinse erzeugt „auf dem Kopf stehende“ reelle Bilder, wenn sich G außerhalb von f befindet (Abb. 9.2a)) und aufrechtstehende virtuelle Bilder auf der Seite des Gegenstandes (d.h. b ist negativ), wenn G innerhalb von f liegt (Abb. 9.2b)). Zerstreuungslinsen erzeugen ausschließlich virtuelle Bilder auf der Seite des Gegenstandes (Abb. 9.2c)), hier ist b immer negativ.

4. Abbildungsgleichung

Für dünne Linsen gilt mit den auf die Lage der Mittelebene bezogenen Größen Brennweite f , Gegenstandsweite g , und Bildweite b die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}. \quad (9.4)$$

Bei der Anwendung ist zu beachten, dass g stets ein positives Vorzeichen erhält, b positiv bei reeller und negativ bei virtueller Abbildung wird und f für Sammellinsen positiv und für Zerstreuungslinsen negativ gezählt wird. Gl. (9.4) einschließlich der Vorzeichenregeln ist durch eine einfache geometrische Überlegung anhand von Abb. 9.2 zu gewinnen.

5. Methoden zur Brennweitenmessung

a) Benutzung der Abbildungsgleichung

Die Brennweite von Sammellinsen kann nach der Abbildungsgleichung (Gl. (9.4)) aus der Gegenstandsweite g und der Bildweite b bestimmt werden. Ein lichtaussendender Gegenstand G , die auszumessende Linse und ein Schirm S werden auf einer optischen Bank verschiebbar angeordnet. Bildet die Linse den Gegenstand scharf auf dem Schirm ab, können b und g gemessen werden. Da die Lage der Hauptebene bezüglich der Linsenhalterung nicht genau anzugeben ist, sind die so gemessenen Größen b und g mit systematischen Fehlern von der Größe der halben Linsendicke behaftet.

b) Methode von Bessel

Statt der direkten Messung von b und g wird der genauer bestimmbare Unterschied e (Abb. 9.3) zwischen zwei Linsenpositionen gemessen, die bei fester Entfernung $l > 4f$ des Gegenstandes vom Schirm ein scharfes Bild des Gegenstandes ergeben. Mit $l = b + g$ erhält man nämlich $f = bg/l$ und die beiden Bildweiten

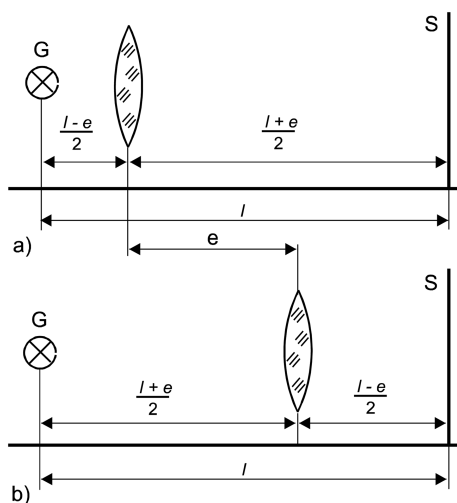


Abbildung 9.3: Besselmethode

$$b_{1,2} = \frac{l}{2} \pm \sqrt{\frac{l^2}{4} - fl},$$

die für $l > 4f$ reelle Werte annehmen. Die Differenz e der Bildweiten ist dann

$$e = b_1 - b_2 = 2\sqrt{\frac{l^2}{4} - fl}$$

und f ergibt sich aus

$$f = \frac{l^2 - e^2}{4l}. \quad (9.5)$$

Die Gegenstands- und die Bildweiten sind in den beiden Stellungen der Linse $(l - e)/2$ bzw. $(l + e)/2$, woraus sich durch Einsetzen in Gl. (9.4) Gl. (9.5) ergibt.

c) Sphärometer

Die Brennweite kann mit Gl. (9.1) berechnet werden, wenn die Brechzahl n und die Krümmungsradien R_1 und R_2 der Linsenoberflächen bekannt sind. Für die Messung des Krümmungsradius kann ein mechanisches Sphärometer (Abb. 9.4) benutzt werden. Dies besteht aus einem Ring vom Radius r , der auf die Linse aufgesetzt wird und in dessen Mitte sich eine höhenverstellbare Tastschraube befindet. Mit der Tastschraube wird die Pfeilhöhe h des Kugelsegmentes gemessen und der Krümmungsradius R nach

$$R_i = \frac{r^2}{2h_i} + \frac{h_i}{2} \quad (i = 1, 2) \quad (9.6)$$

berechnet. Die Pfeilhöhe findet man aus der Höhendifferenz zwischen den Skalenteilwerten, die sich bei der Berührung der Tastschraube mit der Unterlage für eine ebene Bezugsfläche (Planfläche benutzen!) und für die jeweilige Linsenfläche ergeben.

Aufgaben

1. Bestimmung der Brennweiten der Sammellinsen nach der Abbildungsgleichung (Gl. (9.4)).
2. Bestimmung der Brennweiten der Sammellinsen nach der Methode von Bessel (Gl. (9.5)).
3. Bestimmung der Brennweiten aller Linsen mit dem Sphärometer (Gl. (9.1)).
4. Bestimmung der Brennweiten der möglichen Linsenkombinationen nach der Besselmethode.
5. Vergleich der Ergebnisse für die Kombinationen der Sammellinsen mit den nach Gl. (9.3) berechneten Werten und Berechnung der Brennweite der Zerstreuungslinse mit Gl. (9.3).
6. Vergleich der Genauigkeit der drei Methoden zur Bestimmung von f .

Versuchsdurchführung

Für den Versuch stehen drei Sammellinsen und eine Zerstreuungslinse zur Verfügung. Eine Sammellinse hat eine spezielle Halterung, um die Linsen miteinander kombinieren zu können. Der Abstand der Linsen ist dabei so gering, dass der Abstand der Mittelebenen d (Gl. (9.2)) vernachlässigt werden kann.

Für Aufgabe 1 führe man die Messung für jede Sammellinse bei 6 unterschiedlichen Abständen Gegenstand und Schirm durch.

Für Aufgabe 2 führe man die Messung für jede Sammellinse bei 10 verschiedenen Abständen Gegenstand und Schirm durch.

Für Aufgabe 3 messe man die Pfeilhöhe jeweils 6 mal für jede gekrümmte Fläche. Besonders sorgfältig ist die Nullstellung des Sphärometers zu prüfen.

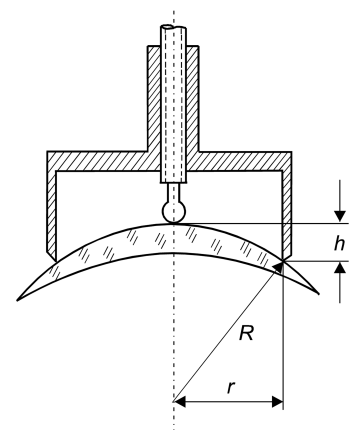


Abbildung 9.4: Sphärometer

Für Aufgabe 4 führe man die Messungen für die drei möglichen Linsenkombinationen bei 10 verschiedenen Abständen Gegenstand und Schirm durch.

Für Aufgabe 5 werden bei Verwendung von Gl. (9.3) die nach Aufgabe 2 ermittelten Brennweiten der Sammellinsen eingesetzt.

Fragen

1. Wie würden in den Bildkonstruktionen der Abb. 9.2 die jeweiligen Mittelpunktstrahlen verlaufen?
2. Wie konstruiert man den Strahlengang eines beliebig auf eine Linse auftreffenden Lichtstrahls?
3. Was passiert, wenn man in den in Abb. 9.2 dargestellten Fällen eine Hälfte der Linse abdeckt?
4. Warum benutzt man beim Tauchen zweckmäßigerweise eine Taucherbrille?